

Lösungen Potenzen und Logarithmen I

Ergebnisse:

E1	Ergebnis $(e^x + e^{-x})^2 = e^{2x} + e^{-2x} + 2$
E2	Ergebnis $(e^x - e^{-x} + 5) \cdot e^x = e^{2x} + 5 \cdot e^x - 1$
E3	Ergebnis $\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}} = e^{4x-1}$
E4	Ergebnis $e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3} = \frac{1}{e}$
E5	Ergebnis $\frac{1}{e^{2x}} + 3(e^{-x})^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2 = 0$
E6	Ergebnis $e^{\ln(2k)} - 2k \cdot e^{\ln(2)} = -2k$
E7	Ergebnis $\ln(e^2) - 3\ln\left(\frac{e}{2}\right) = 3 \cdot \ln(2) - 1$
E8	Ergebnis $\ln(2e^2) + \ln\left(\frac{e}{2}\right) = 3$
E9	Ergebnis $e^{\ln(k)+1} = k \cdot e$
E10	Ergebnis $\frac{2}{3} e^{-\ln\left(\frac{3}{4}k\right)} = \frac{8}{9k}$

Potenz- und Logarithmengesetze

Potenzgesetze

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

Logarithmus zur Basis a

$x = \log_a(b) \Leftrightarrow a^x = b$	$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$
$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$	$\log_a(b^c) = c \cdot \log_a(b)$
$\log_a(a) = 1$ $\log_a(1) = 0$	$b = a^{\log_a(b)}$ $b^x = a^{x \cdot \log_a(b)}$

Logarithmus zur Basis 10 (Zehner- oder dekadischer Logarithmus) [LOG]-Taste

$x = \lg(b) \Leftrightarrow 10^x = b$	$\lg(b \cdot c) = \lg(b) + \lg(c)$
$\lg\left(\frac{b}{c}\right) = \lg(b) - \lg(c)$	$\lg(b^c) = c \cdot \lg(b)$
$\lg(10) = 1$ $\lg(1) = 0$	$b = 10^{\lg(b)}$ $b^x = 10^{x \cdot \lg(b)}$

Logarithmus zur Basis e (Natürlicher Logarithmus oder Logarithmus Naturalis)

$x = \ln(b) \Leftrightarrow e^x = b$	$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$
$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$
$\ln(e) = 1$ $\ln(1) = 0$	$b = e^{\ln(b)}$ $b^x = e^{x \cdot \ln(b)}$

Umrechnung von einem Logarithmensystem in ein anderes.

$\log_a(b) = \frac{\lg(b)}{\lg(a)} = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$	$\log_3(5) = \frac{\lg(5)}{\lg(3)} = \frac{\ln(5)}{\ln(3)} \approx 1,4649735$
---	---

Ausführliche Lösungen:

A1	Ausführliche Lösung $\begin{aligned} (e^x + e^{-x})^2 &= e^x \cdot e^x + 2 \cdot e^x \cdot e^{-x} + e^{-x} \cdot e^{-x} \\ &= e^{x+x} + 2 \cdot e^{x-x} + e^{-x-x} \\ &= e^{2x} + 2 \cdot e^0 + e^{-2x} \text{ mit } e^0 = 1 \text{ wird} \\ &= e^{2x} + 2 \cdot 1 + e^{-2x} = \underline{\underline{e^{2x} + e^{-2x} + 2}} \end{aligned}$
A2	Ausführliche Lösung $\begin{aligned} (e^x - e^{-x} + 5) \cdot e^x &= e^x \cdot e^x - e^{-x} \cdot e^x + 5 \cdot e^x \\ &= e^{x+x} - e^{-x+x} + 5 \cdot e^x \\ &= e^{2x} - e^0 + 5 \cdot e^x = e^{2x} - 1 + 5 \cdot e^x = \underline{\underline{e^{2x} + 5 \cdot e^x - 1}} \end{aligned}$
A3	Ausführliche Lösung $\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}} = e^{3x+1} \cdot e^{-(-x+2)} = e^{3x+1-(-x+2)} = e^{3x+1+x-2} = \underline{\underline{e^{4x-1}}}$
A4	Ausführliche Lösung $e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3} = e^{-x+(-x+2)+2x-3} = e^{-x-x+2+2x-3} = e^{-1} = \underline{\underline{\frac{1}{e}}}$
A5	Ausführliche Lösung $\frac{1}{e^{2x}} + 3(e^{-x})^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2 = e^{-2x} + 3 \cdot e^{-2x} - \left(\frac{4}{e^{2x}}\right) = 4 \cdot e^{-2x} - 4 \cdot e^{-2x} = \underline{\underline{0}}$
A6	Ausführliche Lösung $\begin{aligned} e^{\ln(2k)} - 2k \cdot e^{\ln(2)} &\text{ mit } e^{\ln(x)} = x \text{ wird} \\ e^{\ln(2k)} - 2k \cdot e^{\ln(2)} &= 2k - 2k \cdot 2 = 2k - 4k = \underline{\underline{-2k}} \end{aligned}$
A7	Ausführliche Lösung $\begin{aligned} \ln(e^2) - 3 \ln\left(\frac{e}{2}\right) &= 2 \cdot \ln(e) - 3[\ln(e) - \ln(2)] \text{ mit } \ln(e) = 1 \text{ wird} \\ &= 2 \cdot 1 - 3[1 - \ln(2)] = 2 - 3 + 3 \cdot \ln(2) = \underline{\underline{3 \cdot \ln(2) - 1}} \end{aligned}$
A8	Ausführliche Lösung $\begin{aligned} \ln(2e^2) + \ln\left(\frac{e}{2}\right) &= \ln(2) + \ln(e^2) + \ln(e) - \ln(2) \\ &= \ln(2) + 2 \cdot \ln(e) + \ln(e) - \ln(2) = 3 \cdot \ln(e) = \underline{\underline{3}} \end{aligned}$

A9	Ausführliche Lösung
	$e^{\ln(k)+1} = e^{\ln(k)} \cdot e^1 = \underline{\underline{k \cdot e}}$

A10	Ausführliche Lösung
	$\frac{2}{3} e^{-\ln\left(\frac{3}{4}k\right)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{e^{\ln\left(\frac{3}{4}k\right)}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\frac{3}{4}k} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\frac{3k}{4}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3k} = \frac{8}{9k}$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne diesen Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
<http://www.matheaufgaben-du.de>