Lösungen Logarithmen I

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse				
a)	$\log_2(1) = 0$	b)	$\log_{3\frac{1}{3}}\left(\frac{81}{10000}\right) = -4$	c)	$\log_b\left(\frac{1}{b^a}\right) = -a$
d)	$\log_3(1) = 0$	e)	$\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}\right) = -2$	f)	$\log_y\left(\frac{1}{y^z}\right) = -z$

E2	Ergebnisse				
a)	$\log_{\frac{25}{4}}\left(\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{2}$	b)	$\log_{\sqrt{3}}(9) = 4$	c)	$\log_a\left(\frac{1}{a^2}\right) = -2$
d)	$\log_{\frac{16}{9}}\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{2}$	e)	$\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{4}\right) = -4$	f)	$\log_b\left(\frac{1}{b^m}\right) = -m$

E3	Ergebnisse				
a)	$\log_{\frac{3}{2}}\left(\frac{4}{9}\right) = -2$	b)	$\log_{\sqrt{9}}\left(\frac{1}{3}\right) = -1$	c)	$\log_x(169) = 2$ $\Leftrightarrow x = 13$
d)	$\log_{\frac{4}{9}}\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$	e)	$\log_{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{9}\right) = -4$	f)	$\log_x(256) = 2$ $\Leftrightarrow x = 16$

E4	Ergebnisse				
a)	$\log_{15}\left(\frac{1}{3375}\right) = -3$	b)	$\log_9\left(\sqrt{3}\right) = \frac{1}{4}$	c)	$\log_x(121) = 2$ $\Leftrightarrow x = 11$

E5	Ergebnisse
a)	Die Basis heißt 16
b)	Die Basis heißt 14
c)	Die Basis heißt 7
d)	Die Basis heißt 6

E6	Ergebnisse
a)	Die Zahl lautet 361
b)	Die Zahl lautet 484
c)	Die Zahl lautet 5832
d)	Die Zahl lautet 1 / 4096

E7	Ergebnisse	
	a)	$\lg\left(a^3b^3\right)^3 = 9\cdot\lg(a)+9\cdot\lg(b)$
	b)	$\lg\left(a^5b^6\right)^3 = 15\cdot\lg(a)+18\cdot\lg(b)$
	c)	$\lg\left(x^2-y^2\right)^{-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4}\cdot\lg(x+y)-\frac{1}{4}\cdot\lg(x-y)$

E8	Ergebnisse	
	a)	$\lg\left[\left(a^2-b^2\right)^2\right]^3 = 6\cdot\lg(a+b)+6\cdot\lg(a-b)$
	b)	$\lg\left[\frac{x^3y^4z^5}{(xyz)^2}\right] = \lg(x)+2\cdot\lg(y)+3\cdot\lg(z)$
	c)	$\lg\left(\frac{2ab^2c^3}{de^4}\right) = \lg(2)+\lg(a)+2\cdot\lg(b)+3\cdot\lg(c)-\lg(d)-4\cdot\lg(e)$

Logarithmengesetze

Logarithmus zur Basis a

$x = \log_a(b) \Leftrightarrow a^x = b$	$\log_a(b\cdot c) = \log_a(b)+\log_a(c)$
$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b)-\log_a(c)$	$\log_a\left(b^c\right) = c\cdot\log_a(b)$
$\log_a(a) = 1$ $\quad$ $\log_a(1) = 0$	$b = a^{\log_a(b)}$ $\quad$ $b^x = a^{x\cdot\log_a(b)}$

Logarithmus zur Basis 10 (Zehner- oder dekadischer Logarithmus) [LOG]-Taste

$x = \lg(b) \Leftrightarrow 10^x = b$	$\lg(b\cdot c) = \lg(b)+\lg(c)$
$\lg\left(\frac{b}{c}\right) = \lg(b)-\lg(c)$	$\lg\left(b^c\right) = c\cdot\lg(b)$
$\lg(10) = 1$ $\quad$ $\lg(1) = 0$	$b = 10^{\lg(b)}$ $\quad$ $b^x = 10^{x\cdot\lg(b)}$

Logarithmus zur Basis e (Natürlicher Logarithmus oder Logarithmus Naturalis)

$x = \ln(b) \Leftrightarrow e^x = b$	$\ln(b\cdot c) = \ln(b)+\ln(c)$
$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b)-\ln(c)$	$\ln\left(b^c\right) = c\cdot\ln(b)$
$\ln(e) = 1$ $\quad$ $\ln(1) = 0$	$b = e^{\ln(b)}$ $\quad$ $b^x = e^{x\cdot\ln(b)}$

Umrechnung von einem Logarithmensystem in ein anderes.

$\log_a(b) = \frac{\lg(b)}{\lg(a)} = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$	$\log_3(5) = \frac{\lg(5)}{\lg(3)} = \frac{\ln(5)}{\ln(3)} \approx 1{,}4649735$

Ausführliche Lösungen :

A1	Ausführliche Lösung	
	a)	$\log_2(1) = x \Leftrightarrow 2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\log_2(1) = 0}}$ denn $2^0 = 1$

A1	Ausführliche Lösung	
	b)	$\log_{3\frac{1}{3}}\left(\frac{81}{10000}\right) = \log_{\frac{10}{3}}\left(\frac{81}{10000}\right) = x \Leftrightarrow \left(\frac{10}{3}\right)^x = \frac{81}{10000} \Leftrightarrow x = -4$ $\Rightarrow \underline{\underline{\log_{\frac{10}{3}}\left(\frac{81}{10000}\right) = -4}}$ denn $\left(\frac{10}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{10}\right)^4 = \frac{81}{10000}$

A1	Ausführliche Lösung	
	c)	$\log_b\left(\frac{1}{b^a}\right) = x \Leftrightarrow b^x = \frac{1}{b^a} = b^{-a} \Leftrightarrow x = -a \Rightarrow \underline{\underline{\log_b\left(\frac{1}{b^a}\right) = -a}}$ denn $b^{-a} = \frac{1}{b^a}$

A1	Ausführliche Lösung	
	d)	$\log_3(1) = x \Leftrightarrow 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\log_3(1) = 0}}$ denn $3^0 = 1$

A1	Ausführliche Lösung	
	e)	$\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}\right) = x \Leftrightarrow \left(\sqrt{2}\right)^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -2$ $\Rightarrow \underline{\underline{\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}\right) = -2}}$ denn $\left(\sqrt{2}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$

A1	Ausführliche Lösung	
	f)	$\log_y\left(\frac{1}{y^z}\right) = x \Leftrightarrow y^x = \frac{1}{y^z} = y^{-a} \Leftrightarrow x = -z \Rightarrow \underline{\underline{\log_y\left(\frac{1}{y^z}\right) = -z}}$ denn $y^{-z} = \frac{1}{y^z}$

A2	Ausführliche Lösung	
	a)	$\log_{\frac{25}{4}}\left(\frac{2}{5}\right) = x \Leftrightarrow \left(\frac{25}{4}\right)^x = \frac{2}{5} \Leftrightarrow x = -2$ $\Rightarrow \underline{\underline{\log_{\frac{25}{4}}\left(\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{2}}}$ denn $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

A2	Ausführliche Lösung	
	b)	$\log_{\sqrt{3}}(9) = x \Leftrightarrow \left(\sqrt{3}\right)^x = 9 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow \underline{\underline{\log_{\sqrt{3}}(9) = 4}}$ denn $\left(\sqrt{3}\right)^4 = 9$

A2	Ausführliche Lösung
c)	$\log_a\left(\frac{1}{a^2}\right) = x \Leftrightarrow a^x = \frac{1}{a^2} = a^{-2} \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{\log_a\left(\frac{1}{a^2}\right) = -2}}$ denn $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$

A2	Ausführliche Lösung
d)	$\log_{\frac{16}{9}}\left(\frac{3}{4}\right) = x \Leftrightarrow \left(\frac{16}{9}\right)^x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow \underline{\underline{\log_{\frac{16}{9}}\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{2}}}$ denn $\left(\frac{16}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$

A2	Ausführliche Lösung
e)	$\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{4}\right) = x \Leftrightarrow \left(\sqrt{2}\right)^x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = -4$ $\Rightarrow \underline{\underline{\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{4}\right) = -4}}$ denn $\left(\sqrt{2}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^4} = \frac{1}{4}$

A2	Ausführliche Lösung
f)	$\log_b\left(\frac{1}{b^m}\right) = x \Leftrightarrow b^x = \frac{1}{b^m} = b^{-m} \Leftrightarrow x = -m \Rightarrow \underline{\underline{\log_b\left(\frac{1}{b^m}\right) = -m}}$ denn $b^{-m} = \frac{1}{b^m}$

A3	Ausführliche Lösung
a)	$\log_{\frac{3}{2}}\left(\frac{4}{9}\right) = x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{4}{9} \Leftrightarrow x = -2$ $\Rightarrow \underline{\underline{\log_{\frac{3}{2}}\left(\frac{4}{9}\right) = -2}}$ denn $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

A3	Ausführliche Lösung
b)	$\log_{\sqrt{9}}\left(\frac{1}{3}\right) = x \Leftrightarrow \left(\sqrt{9}\right)^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -1$ $\Rightarrow \underline{\underline{\log_{\sqrt{9}}\left(\frac{1}{3}\right) = -1}}$ denn $\left(\sqrt{9}\right)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$

A3	Ausführliche Lösung
c)	$\log_x(169) = 2 \Leftrightarrow x^2 = 169 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 13 \Rightarrow \underline{\underline{x = 13}}$ $\Rightarrow \log_{13}(169) = 2$ Logarithmen sind nur für positive Basen definiert.

A3	Ausführliche Lösung
d)	$\log_{\frac{4}{9}}\left(\frac{3}{2}\right) = x \Leftrightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow \underline{\underline{\log_{\frac{4}{9}}\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}}}$ denn $\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$

A3	Ausführliche Lösung
e)	$\log_{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{9}\right) = x \Leftrightarrow \left(\sqrt{3}\right)^x = \frac{1}{9} \Leftrightarrow x = -4$ $\Rightarrow \underline{\underline{\log_{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{9}\right) = -4}}$ denn $\left(\sqrt{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\sqrt{3}\right)^4} = \frac{1}{9}$

A3	Ausführliche Lösung
f)	$\log_x(256) = 2 \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 16 \Rightarrow \underline{\underline{x = 16}}$ $\Rightarrow \log_{16}(256) = 2$ Logarithmen sind nur für positive Basen definiert.

A4	Ausführliche Lösung
a)	$\log_{15}\left(\frac{1}{3375}\right) = x \Leftrightarrow 15^x = \frac{1}{3375} \Leftrightarrow x = -3$ $\Rightarrow \underline{\underline{\log_{15}\left(\frac{1}{3375}\right) = -3}}$ denn $15^{-3} = \frac{1}{15^3} = \frac{1}{2275}$

A4	Ausführliche Lösung
b)	$\log_9\left(\sqrt{3}\right) = x \Leftrightarrow 9^x = \sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{4}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow \underline{\underline{\log_9\left(\sqrt{3}\right) = \frac{1}{4}}}$ denn $9^{\frac{1}{4}} = \left(3^2\right)^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

A4	Ausführliche Lösung
c)	$\log_x(121) = 2 \Leftrightarrow x^2 = 121 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 11 \Rightarrow \underline{\underline{x = 11}}$ $\Rightarrow \log_{11}(121) = 2$ Logarithmen sind nur für positive Basen definiert

A5	Ausführliche Lösung	
	a)	Der Logarithmus der Zahl 256 ist 2, finden Sie die Basis. $\log_x(256) = 2 \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 16 \Rightarrow \underline{\underline{x = 16}}$ $\Rightarrow \log_{16}(256) = 2$ Logarithmen sind nur für positive Basen definiert.

A5	Ausführliche Lösung	
	b)	Der Logarithmus der Zahl 196 ist 2, finden Sie die Basis. $\log_x(196) = 2 \Leftrightarrow x^2 = 196 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 14 \Rightarrow \underline{\underline{x = 14}}$ $\Rightarrow \log_{14}(196) = 2$ Logarithmen sind nur für positive Basen definiert.

A5	Ausführliche Lösung	
	c)	Der Logarithmus der Zahl 343 ist 3, finden Sie die Basis. $\log_x(343) = 3 \Leftrightarrow x^3 = 342 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 7}}$ $\Rightarrow \log_7(343) = 3$ Logarithmen sind nur für positive Basen definiert.

A5	Ausführliche Lösung	
	d)	Der Logarithmus der Zahl 216 ist 3, finden Sie die Basis. $\log_x(216) = 3 \Leftrightarrow x^3 = 216 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 6}}$ $\Rightarrow \log_6(216) = 3$ Logarithmen sind nur für positive Basen definiert.

A6	Ausführliche Lösung	
	a)	Der Logarithmus einer Zahl zur Basis 19 ist 2. Finden Sie die Zahl. $\log_{19}(x) = 2 \Leftrightarrow 15^2 = x \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 361}} \Rightarrow \log_{19}(361) = 2$ denn $19^2 = 361$

A6	Ausführliche Lösung	
	b)	Der Logarithmus einer Zahl zur Basis 22 ist 2. Finden Sie die Zahl. $\log_{22}(x) = 2 \Leftrightarrow 22^2 = x \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 484}} \Rightarrow \log_{22}(484) = 2$ denn $22^2 = 484$

A6	Ausführliche Lösung	
	c)	Der Logarithmus einer Zahl zur Basis 18 ist 3. Finden Sie die Zahl. $\log_{18}(x) = 3 \Leftrightarrow 18^3 = x \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 5832}} \Rightarrow \log_{18}(5832) = 3$ denn $18^3 = 5832$

A6	Ausführliche Lösung	
	d)	Der Logarithmus einer Zahl zur Basis 16 ist -3. Finden Sie die Zahl. $\log_{16}(x) = -3 \Leftrightarrow 16^{-3} = x \Leftrightarrow x = \frac{1}{16^3} \Leftrightarrow x = \underline{\underline{\frac{1}{4096}}}$ $\Rightarrow \log_{16}\left(\frac{1}{4096}\right) = -3$ denn $16^{-3} = \frac{1}{4096}$

A7	Ausführliche Lösung
	a) $\lg\left(a^3b^3\right)^3 = 3\cdot\lg\left(a^3b^3\right) = 3\left[3\cdot\lg(a)+3\cdot\lg(b)\right]$ $= \underline{\underline{9\cdot\lg(a)+9\cdot\lg(b)}}$

A7	Ausführliche Lösung
	b) $\lg\left(a^5b^6\right)^3 = 3\cdot\lg\left(a^5b^6\right) = 3\left[5\cdot\lg(a)+6\cdot\lg(b)\right]$ $= \underline{\underline{15\cdot\lg(a)+18\cdot\lg(b)}}$

A7	Ausführliche Lösung
	c) $\lg\left(x^2-y^2\right)^{-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4}\cdot\lg\left(x^2-y^2\right) = -\frac{1}{4}\cdot\lg\left[(x-y)(x+y)\right]$ $= \underline{\underline{-\frac{1}{4}\cdot\lg(x+y)-\frac{1}{4}\cdot\lg(x-y)}}$

A8	Ausführliche Lösung
	a) $\lg\left[\left(a^2-b^2\right)^2\right]^3 = 3\cdot\lg\left(a^2-b^2\right)^2 = 3\cdot 2\cdot\lg\left(a^2-b^2\right)$ $= 6\cdot\lg\left[(a+b)(a-b)\right] = \underline{\underline{6\cdot\lg(a+b)+6\cdot\lg(a-b)}}$

A8	Ausführliche Lösung
	b) $\lg\left[\frac{x^3y^4z^5}{(xyz)^2}\right] = \lg\left(\frac{x^3y^4z^5}{x^2y^2z^2}\right)$ $= \lg\left(xy^2z^3\right) = \underline{\underline{\lg(x)+2\cdot\lg(y)+3\cdot\lg(z)}}$

A8	Ausführliche Lösung
	c) $\lg\left(\frac{2ab^2c^3}{de^4}\right) = \lg\left(2ab^2c^3\right)-\lg\left(de^4\right)$ $= \underline{\underline{\lg(2)+\lg(a)+2\cdot\lg(b)+3\cdot\lg(c)-\lg(d)-4\cdot\lg(e)}}$