

Lösungen Logarithmen I

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse		
	a) $\log_2(1) = 0$	b) $\log_{3\frac{1}{3}}\left(\frac{81}{10000}\right) = -4$	c) $\log_b\left(\frac{1}{b^a}\right) = -a$
	d) $\log_3(1) = 0$	e) $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}\right) = -2$	f) $\log_y\left(\frac{1}{y^z}\right) = -z$

E2	Ergebnisse		
	a) $\log_{\frac{25}{4}}\left(\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{2}$	b) $\log_{\sqrt{3}}(9) = 4$	c) $\log_a\left(\frac{1}{a^2}\right) = -2$
	d) $\log_{\frac{16}{9}}\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{2}$	e) $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{4}\right) = -4$	f) $\log_b\left(\frac{1}{b^m}\right) = -m$

E3	Ergebnisse		
	a) $\log_{\frac{3}{2}}\left(\frac{4}{9}\right) = -2$	b) $\log_{\sqrt{9}}\left(\frac{1}{3}\right) = -1$	c) $\log_x(169) = 2$ $\Leftrightarrow x = 13$
	d) $\log_{\frac{4}{9}}\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$	e) $\log_{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{9}\right) = -4$	f) $\log_x(256) = 2$ $\Leftrightarrow x = 16$

E4	Ergebnisse		
	a) $\log_{15}\left(\frac{1}{3375}\right) = -3$	b) $\log_9(\sqrt{3}) = \frac{1}{4}$	c) $\log_x(121) = 2$ $\Leftrightarrow x = 11$

E5	Ergebnisse		
	a) Die Basis heißt 16		
	b) Die Basis heißt 14		
	c) Die Basis heißt 7		
	d) Die Basis heißt 6		

E6	Ergebnisse		
	a) Die Zahl lautet 361		
	b) Die Zahl lautet 484		
	c) Die Zahl lautet 5832		
	d) Die Zahl lautet 1 / 4096		

E7	Ergebnisse
a)	$\lg(a^3b^3)^3 = 9 \cdot \lg(a) + 9 \cdot \lg(b)$
b)	$\lg(a^5b^6)^3 = 15 \cdot \lg(a) + 18 \cdot \lg(b)$
c)	$\lg(x^2 - y^2)^{-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4} \cdot \lg(x+y) - \frac{1}{4} \cdot \lg(x-y)$

E8	Ergebnisse
a)	$\lg\left[(a^2 - b^2)^2\right]^3 = 6 \cdot \lg(a+b) + 6 \cdot \lg(a-b)$
b)	$\lg\left[\frac{x^3y^4z^5}{(xyz)^2}\right] = \lg(x) + 2 \cdot \lg(y) + 3 \cdot \lg(z)$
c)	$\lg\left(\frac{2ab^2c^3}{de^4}\right) = \lg(2) + \lg(a) + 2 \cdot \lg(b) + 3 \cdot \lg(c) - \lg(d) - 4 \cdot \lg(e)$

Logarithmengesetze

Logarithmus zur Basis a

$x = \log_a(b) \Leftrightarrow a^x = b$	$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$
$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$	$\log_a(b^c) = c \cdot \log_a(b)$
$\log_a(a) = 1 \quad \log_a(1) = 0$	$b = a^{\log_a(b)} \quad b^x = a^{x \cdot \log_a(b)}$

Logarithmus zur Basis 10 (Zehner- oder dekadischer Logarithmus) [LOG]-Taste

$x = \lg(b) \Leftrightarrow 10^x = b$	$\lg(b \cdot c) = \lg(b) + \lg(c)$
$\lg\left(\frac{b}{c}\right) = \lg(b) - \lg(c)$	$\lg(b^c) = c \cdot \lg(b)$
$\lg(10) = 1 \quad \lg(1) = 0$	$b = 10^{\lg(b)} \quad b^x = 10^{x \cdot \lg(b)}$

Logarithmus zur Basis e (Natürlicher Logarithmus oder Logarithmus Naturalis)

$x = \ln(b) \Leftrightarrow e^x = b$	$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$
$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$
$\ln(e) = 1 \quad \ln(1) = 0$	$b = e^{\ln(b)} \quad b^x = e^{x \cdot \ln(b)}$

Umrechnung von einem Logarithmensystem in ein anderes.

$\log_a(b) = \frac{\lg(b)}{\lg(a)} = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$	$\log_3(5) = \frac{\lg(5)}{\lg(3)} = \frac{\ln(5)}{\ln(3)} \approx 1,4649735$
---	---

Ausführliche Lösungen :

A1	Aufgabe		
	Berechnen Sie die folgenden Logarithmen		
	a) $\log_2(1)$	b) $\log_{3\frac{1}{3}}\left(\frac{81}{10000}\right)$	c) $\log_b\left(\frac{1}{b^a}\right)$
	d) $\log_3(1)$	e) $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}\right)$	f) $\log_y\left(\frac{1}{y^z}\right)$

A1	Ausführliche Lösung
	a) $\log_2(1) = x \Leftrightarrow 2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\log_2(1) = 0}}$ denn $2^0 = 1$

A1	Ausführliche Lösung
	b) $\log_{3\frac{1}{3}}\left(\frac{81}{10000}\right) = \log_{\frac{10}{3}}\left(\frac{81}{10000}\right) = x \Leftrightarrow \left(\frac{10}{3}\right)^x = \frac{81}{10000} \Leftrightarrow x = -4$ $\Rightarrow \underline{\underline{\log_{\frac{10}{3}}\left(\frac{81}{10000}\right) = -4}}$ denn $\left(\frac{10}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{10}\right)^4 = \frac{81}{10000}$

A1	Ausführliche Lösung
	c) $\log_b\left(\frac{1}{b^a}\right) = x \Leftrightarrow b^x = \frac{1}{b^a} = b^{-a} \Leftrightarrow x = -a \Rightarrow \underline{\underline{\log_b\left(\frac{1}{b^a}\right) = -a}}$ denn $b^{-a} = \frac{1}{b^a}$

A1	Ausführliche Lösung
	d) $\log_3(1) = x \Leftrightarrow 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\log_3(1) = 0}}$ denn $3^0 = 1$

A1	Ausführliche Lösung
	e) $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}\right) = x \Leftrightarrow (\sqrt{2})^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -2$ $\Rightarrow \underline{\underline{\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}\right) = -2}}$ denn $(\sqrt{2})^{-2} = \frac{1}{(\sqrt{2})^2} = \frac{1}{2}$

A1	Ausführliche Lösung
	f) $\log_y\left(\frac{1}{y^z}\right) = x \Leftrightarrow y^x = \frac{1}{y^z} = y^{-z} \Leftrightarrow x = -z \Rightarrow \underline{\underline{\log_y\left(\frac{1}{y^z}\right) = -z}}$ denn $y^{-z} = \frac{1}{y^z}$

A2 Aufgabe					
Berechnen Sie die folgenden Logarithmen					
a)	$\log_{\frac{25}{4}}\left(\frac{2}{5}\right)$	b)	$\log_{\sqrt{3}}(9)$	c)	$\log_a\left(\frac{1}{a^2}\right)$
d)	$\log_{\frac{16}{9}}\left(\frac{3}{4}\right)$	e)	$\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{4}\right)$	f)	$\log_b\left(\frac{1}{b^m}\right)$

A2 Ausführliche Lösung	
a)	$\log_{\frac{25}{4}}\left(\frac{2}{5}\right) = x \Leftrightarrow \left(\frac{25}{4}\right)^x = \frac{2}{5} \Leftrightarrow x = -2$ $\Rightarrow \log_{\frac{25}{4}}\left(\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{2} \text{ denn } \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

A2 Ausführliche Lösung	
b)	$\log_{\sqrt{3}}(9) = x \Leftrightarrow (\sqrt{3})^x = 9 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow \log_{\sqrt{3}}(9) = 4 \text{ denn } (\sqrt{3})^4 = 9$

A2 Ausführliche Lösung	
c)	$\log_a\left(\frac{1}{a^2}\right) = x \Leftrightarrow a^x = \frac{1}{a^2} = a^{-2} \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \log_a\left(\frac{1}{a^2}\right) = -2 \text{ denn } a^{-2} = \frac{1}{a^2}$

A2 Ausführliche Lösung	
d)	$\log_{\frac{16}{9}}\left(\frac{3}{4}\right) = x \Leftrightarrow \left(\frac{16}{9}\right)^x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow \log_{\frac{16}{9}}\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{2} \text{ denn } \left(\frac{16}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$

A2 Ausführliche Lösung	
e)	$\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{4}\right) = x \Leftrightarrow (\sqrt{2})^x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = -4$ $\Rightarrow \log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{4}\right) = -4 \text{ denn } (\sqrt{2})^{-4} = \frac{1}{(\sqrt{2})^4} = \frac{1}{4}$

A2 Ausführliche Lösung	
f)	$\log_b\left(\frac{1}{b^m}\right) = x \Leftrightarrow b^x = \frac{1}{b^m} = b^{-m} \Leftrightarrow x = -m \Rightarrow \log_b\left(\frac{1}{b^m}\right) = -m \text{ denn } b^{-m} = \frac{1}{b^m}$

A3 Aufgabe			
Berechnen Sie die folgenden Logarithmen			
a)	$\log_{\frac{3}{2}}\left(\frac{4}{9}\right)$	b)	$\log_{\sqrt{9}}\left(\frac{1}{3}\right)$
c)	$\log_x(169) = 2$	d)	$\log_{\frac{4}{9}}\left(\frac{3}{2}\right)$
e)	$\log_{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{9}\right)$	f)	$\log_x(256) = 2$

A3 Ausführliche Lösung	
a)	$\log_{\frac{3}{2}}\left(\frac{4}{9}\right) = x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{4}{9} \Leftrightarrow x = -2$ $\Rightarrow \log_{\frac{3}{2}}\left(\frac{4}{9}\right) = -2 \text{ denn } \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

A3 Ausführliche Lösung	
b)	$\log_{\sqrt{9}}\left(\frac{1}{3}\right) = x \Leftrightarrow (\sqrt{9})^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -1$ $\Rightarrow \log_{\sqrt{9}}\left(\frac{1}{3}\right) = -1 \text{ denn } (\sqrt{9})^{-1} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$

A3 Ausführliche Lösung	
c)	$\log_x(169) = 2 \Leftrightarrow x^2 = 169 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 13 \Rightarrow \underline{x = 13}$ $\Rightarrow \log_{13}(169) = 2 \text{ Logarithmen sind nur für positive Basen definiert.}$

A3 Ausführliche Lösung	
d)	$\log_{\frac{4}{9}}\left(\frac{3}{2}\right) = x \Leftrightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow \log_{\frac{4}{9}}\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2} \text{ denn } \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$

A3 Ausführliche Lösung	
e)	$\log_{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{9}\right) = x \Leftrightarrow (\sqrt{3})^x = \frac{1}{9} \Leftrightarrow x = -4$ $\Rightarrow \log_{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{9}\right) = -4 \text{ denn } (\sqrt{3})^{-4} = \frac{1}{(\sqrt{3})^4} = \frac{1}{9}$

A3 Ausführliche Lösung	
f)	$\log_x(256) = 2 \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 16 \Rightarrow \underline{x = 16}$ $\Rightarrow \log_{16}(256) = 2 \text{ Logarithmen sind nur für positive Basen definiert.}$

A4	Aufgabe		
	Berechnen Sie die folgenden Logarithmen		
	a)	$\log_{15}\left(\frac{1}{3375}\right)$	b) $\log_9(\sqrt{3})$

A4	Ausführliche Lösung		
	a)	$\log_{15}\left(\frac{1}{3375}\right) = x \Leftrightarrow 15^x = \frac{1}{3375} \Leftrightarrow x = -3$ $\Rightarrow \log_{15}\left(\frac{1}{3375}\right) = -3 \text{ denn } 15^{-3} = \frac{1}{15^3} = \frac{1}{2275}$	

A4	Ausführliche Lösung		
	b)	$\log_9(\sqrt{3}) = x \Leftrightarrow 9^x = \sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{4}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow \log_9(\sqrt{3}) = \frac{1}{4} \text{ denn } 9^{\frac{1}{4}} = (3^2)^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$	

A4	Ausführliche Lösung		
	c)	$\log_x(121) = 2 \Leftrightarrow x^2 = 121 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 11 \Rightarrow \underline{x = 11}$ $\Rightarrow \log_{11}(121) = 2 \text{ Logarithmen sind nur für positive Basen definiert}$	

A5	Aufgabe		
	Finden Sie die Basis		
	a)	Der Logarithmus der Zahl 256 ist 2	
	b)	Der Logarithmus der Zahl 196 ist 2	
	c)	Der Logarithmus der Zahl 343 ist 3	
d)	Der Logarithmus der Zahl 216 ist 3		

A5	Ausführliche Lösung		
	a)	Der Logarithmus der Zahl 256 ist 2, finden Sie die Basis. $\log_x(256) = 2 \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 16 \Rightarrow \underline{x = 16}$ $\Rightarrow \log_{16}(256) = 2 \text{ Logarithmen sind nur für positive Basen definiert.}$	

A5	Ausführliche Lösung		
	b)	Der Logarithmus der Zahl 196 ist 2, finden Sie die Basis. $\log_x(196) = 2 \Leftrightarrow x^2 = 196 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 14 \Rightarrow \underline{x = 14}$ $\Rightarrow \log_{14}(196) = 2 \text{ Logarithmen sind nur für positive Basen definiert.}$	

A5	Ausführliche Lösung
	c) Der Logarithmus der Zahl 343 ist 3, finden Sie die Basis. $\log_x(343) = 3 \Leftrightarrow x^3 = 343 \Leftrightarrow \underline{x = 7}$ $\Rightarrow \log_7(343) = 3$ Logarithmen sind nur für positive Basen definiert.
A5	Ausführliche Lösung
	d) Der Logarithmus der Zahl 216 ist 3, finden Sie die Basis. $\log_x(216) = 3 \Leftrightarrow x^3 = 216 \Leftrightarrow \underline{x = 6}$ $\Rightarrow \log_6(216) = 3$ Logarithmen sind nur für positive Basen definiert.
A6	Aufgabe
	Finden Sie die Zahl
	a) Der Logarithmus einer Zahl zur Basis 19 ist 2
	b) Der Logarithmus einer Zahl zur Basis 22 ist 2
	c) Der Logarithmus einer Zahl zur Basis 18 ist 3
d) Der Logarithmus einer Zahl zur Basis 16 ist -3	
A6	Ausführliche Lösung
	a) Der Logarithmus einer Zahl zur Basis 19 ist 2. Finden Sie die Zahl. $\log_{19}(x) = 2 \Leftrightarrow 19^2 = x \Leftrightarrow \underline{x = 361} \Rightarrow \log_{19}(361) = 2$ denn $19^2 = 361$
A6	Ausführliche Lösung
	b) Der Logarithmus einer Zahl zur Basis 22 ist 2. Finden Sie die Zahl. $\log_{22}(x) = 2 \Leftrightarrow 22^2 = x \Leftrightarrow \underline{x = 484} \Rightarrow \log_{22}(484) = 2$ denn $22^2 = 484$
A6	Ausführliche Lösung
	c) Der Logarithmus einer Zahl zur Basis 18 ist 3. Finden Sie die Zahl. $\log_{18}(x) = 3 \Leftrightarrow 18^3 = x \Leftrightarrow \underline{x = 5832} \Rightarrow \log_{18}(5832) = 3$ denn $18^3 = 5832$
A6	Ausführliche Lösung
	d) Der Logarithmus einer Zahl zur Basis 16 ist -3. Finden Sie die Zahl. $\log_{16}(x) = -3 \Leftrightarrow 16^{-3} = x \Leftrightarrow x = \frac{1}{16^3} \Leftrightarrow x = \underline{\frac{1}{4096}}$ $\Rightarrow \log_{16}\left(\frac{1}{4096}\right) = -3$ denn $16^{-3} = \frac{1}{4096}$

A7	Aufgabe		
	Logarithmieren Sie folgende Terme		
a)	$\lg(a^3b^3)^3$	b)	$\lg(a^5b^6)^3$
c)			$\lg(x^2 - y^2)^{-\frac{1}{4}}$

A7	Ausführliche Lösung		
	a)	$\lg(a^3b^3)^3 = 3 \cdot \lg(a^3b^3) = 3[3 \cdot \lg(a) + 3 \cdot \lg(b)]$ $= 9 \cdot \lg(a) + 9 \cdot \lg(b)$	

A7	Ausführliche Lösung		
	b)	$\lg(a^5b^6)^3 = 3 \cdot \lg(a^5b^6) = 3[5 \cdot \lg(a) + 6 \cdot \lg(b)]$ $= 15 \cdot \lg(a) + 18 \cdot \lg(b)$	

A7	Ausführliche Lösung		
	c)	$\lg(x^2 - y^2)^{-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4} \cdot \lg(x^2 - y^2) = -\frac{1}{4} \cdot \lg[(x - y)(x + y)]$ $= -\frac{1}{4} \cdot \lg(x + y) - \frac{1}{4} \cdot \lg(x - y)$	

A8	Aufgabe		
	Logarithmieren Sie folgende Terme		
a)	$\lg[(a^2 - b^2)^2]^3$	b)	$\lg \left[\frac{x^3 y^4 z^5}{(xyz)^2} \right]$
c)			$\lg \left(\frac{2ab^2c^3}{de^4} \right)$

A8	Ausführliche Lösung		
	a)	$\lg[(a^2 - b^2)^2]^3 = 3 \cdot \lg(a^2 - b^2)^2 = 3 \cdot 2 \cdot \lg(a^2 - b^2)$ $= 6 \cdot \lg[(a + b)(a - b)] = 6 \cdot \lg(a + b) + 6 \cdot \lg(a - b)$	

A8	Ausführliche Lösung		
	b)	$\lg \left[\frac{x^3 y^4 z^5}{(xyz)^2} \right] = \lg \left(\frac{x^3 y^4 z^5}{x^2 y^2 z^2} \right)$ $= \lg(xy^2z^3) = \lg(x) + 2 \cdot \lg(y) + 3 \cdot \lg(z)$	

A8	Ausführliche Lösung		
	c)	$\lg \left(\frac{2ab^2c^3}{de^4} \right) = \lg(2ab^2c^3) - \lg(de^4)$ $= \lg(2) + \lg(a) + 2 \cdot \lg(b) + 3 \cdot \lg(c) - \lg(d) - 4 \cdot \lg(e)$	