

## Lösungen Lineare Gleichungssysteme I

### Ergebnisse:

E1	Ergebnisse	
	a)	(I) $5y - 3x = 1$ (II) $x = y + 1$ $\Rightarrow L = \{(3   2)\}$
	b)	(I) $4x + 5y = 32$ $\Rightarrow L = \{(3   4)\}$ (II) $y = 5x - 11$
	c)	(I) $15y - 4x = -50$ $\Rightarrow L = \{(5   -2)\}$ (II) $x = y + 7$
d)	(I) $3x = y + 15$ $\Rightarrow L = \{(10   15)\}$ (II) $2y - 10 = 2x$	

E2	Ergebnisse	
	a)	(I) $2y = 2x - 40$ (II) $3x = 10 - 2y$ $\Rightarrow L = \{(10   -10)\}$
	b)	(I) $\frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3$ $\Rightarrow L = \{(12   5)\}$ (II) $\frac{x}{4} + y = 8$
	c)	(I) $\frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3$ $\Rightarrow L = \{(5   4)\}$ (II) $\frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20}$
d)	(I) $\frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3}$ $\Rightarrow L = \{(3   13)\}$ (II) $\frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8}$	

E3	Ergebnisse	
	a)	(I) $\frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13}$ $\Rightarrow L = \{(7   8)\}$ (II) $\frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6}$
	b)	(I) $\frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ $\Rightarrow L = \{(3   8)\}$ (II) $\frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x}$
	c)	(I) $\frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$ $\Rightarrow L = \{(6   8)\}$ (II) $\frac{2}{x} - \frac{4}{y} = \frac{1}{6}$
d)	(I) $\frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5}$ $\Rightarrow L = \{(8   6)\}$ (II) $\frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15}$	

E4	Ergebnis	
	(I) $\frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3} \Rightarrow L = \{(4   -2)\}$	

E5	Ergebnis:	
	$x = 4y \wedge (x+5) = 3(y+5) \Rightarrow L = \{40   10\}$ Der Vater ist 40, der Sohn 10 Jahre alt.	

E6	Ergebnis:	
	$\frac{x}{18} + \frac{x}{22} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = \left\{ \frac{99}{20} \right\}$ Der Behälter wird in 4 Minuten und 57 Sekunden halb gefüllt.	

E7	Ergebnis:
	$2a + 2b = 180 \quad \wedge \quad b = 30 \Rightarrow L = \{60 \mid 30\}$ Die Rechteckseite a ist 60 cm lang.

E8	Ergebnis:
	$x + y = 9 \quad \wedge \quad 10y + x = \frac{7}{4} \cdot (10x + y) \Rightarrow L = \{3 \mid 6\}$ Die Ziffern der Zahl heißen 3 und 6. Die Zahl lautet 36.

(C) Rudolf Brinkmann  
Original Word-Dokumente  
ohne Copyright-Vermerk  
erhalten Sie unter:  
<http://www.brinkmann-du.de>

## Ausführliche Lösungen

A1	<p><b>Ausführliche Lösung mit dem Einsetzverfahren</b></p> <p>a) (I) <math>5y - 3x = 1</math>            (II) <math>x = y + 1</math></p> <p><math>x = y + 1</math> in (I) einsetzen  <math>5y - 3(y + 1) = 1</math>  <math>\Leftrightarrow 5y - 3y - 3 = 1 \mid +3</math>  <math>\Leftrightarrow 2y = 4 \mid :2</math>  <math>\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}}</math></p>	<p><math>y = 2</math> in (II) einsetzen  <math>x = 2 + 1</math>  <math>\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}</math></p> <p>Lösung: <math>L = \{(3 \mid 2)\}</math></p> <p>Probe:</p> <p>(I) <math>5y - 3x = 1 \Rightarrow 5 \cdot 2 - 3 \cdot 3 = 1</math>  <math>\Leftrightarrow 10 - 9 = 1 \text{ (w)}</math></p> <p>(II) <math>x = y + 1 \Rightarrow 3 = 2 + 1 \text{ (w)}</math></p>
A1	<p><b>Ausführliche Lösung mit dem Einsetzverfahren</b></p> <p>b) (I) <math>4x + 5y = 32</math>            (II) <math>y = 5x - 11</math></p> <p><math>y = 5x - 11</math> in (I) einsetzen  <math>4x + 5(5x - 11) = 32</math>  <math>\Leftrightarrow 4x + 25x - 55 = 32 \mid +55</math>  <math>\Leftrightarrow 29x = 87 \mid :29</math>  <math>\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}</math></p>	<p><math>x = 3</math> in (II) einsetzen  <math>y = 5 \cdot 3 - 11</math>  <math>\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 4}}</math></p> <p>Lösung: <math>L = \{(3 \mid 4)\}</math></p> <p>Probe:</p> <p>(I) <math>4x + 5y = 32 \Rightarrow 4 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 32</math>  <math>\Leftrightarrow 12 + 20 = 32 \text{ (w)}</math></p> <p>(II) <math>y = 5x - 11 \Rightarrow 4 = 5 \cdot 3 - 11</math>  <math>\Leftrightarrow 4 = 15 - 11 \text{ (w)}</math></p>
A1	<p><b>Ausführliche Lösung mit dem Einsetzverfahren</b></p> <p>c) (I) <math>15y - 4x = -50</math>            (II) <math>x = y + 7</math></p> <p><math>x = y + 7</math> in (I) einsetzen  <math>15y - 4(y + 7) = -50</math>  <math>\Leftrightarrow 15y - 4y - 28 = -50 \mid +28</math>  <math>\Leftrightarrow 11y = -22 \mid :11</math>  <math>\Leftrightarrow \underline{\underline{y = -2}}</math></p>	<p><math>y = -2</math> in (II) einsetzen  <math>x = -2 + 7</math>  <math>\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 5}}</math></p> <p>Lösung: <math>L = \{(5 \mid -2)\}</math></p> <p>Probe:</p> <p>(I) <math>15y - 4x = -50 \Rightarrow 15 \cdot (-2) - 4 \cdot 5 = -50</math>  <math>\Leftrightarrow -30 - 20 = -50 \text{ (w)}</math></p> <p>(II) <math>x = y + 7 \Rightarrow 5 = -2 + 7 \text{ (w)}</math></p>

A1	Ausführliche Lösung mit dem Gleichsetzverfahren	
d)	$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad 3x = y + 15 \quad   -15 \\ \text{(II)} \quad 2y - 10 = 2x \quad   +10 \\ \hline \text{(I)} \quad 3x - 15 = y \\ \text{(II)} \quad 2y = 2x + 10 \quad   :2 \\ \hline \text{(I)} \quad y = 3x - 15 \\ \text{(II)} \quad y = x + 5 \end{array}$ <p>Rechte Seiten gleichsetzen</p> $3x - 15 = x + 5 \quad   -x$ $\Leftrightarrow 2x - 15 = 5 \quad   +15$ $\Leftrightarrow 2x = 20 \quad   :2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 10}}$	$x = 10 \text{ eingesetzt in (II) } y = x + 5$ $y = 10 + 5$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 15}}$ <p>Lösung: <math>L = \{(10   15)\}</math></p> <p>Probe:</p> $\text{(I)} \quad 3x = y + 15 \Rightarrow 3 \cdot 10 = 15 + 15$ $\Leftrightarrow 30 = 30 \quad (w)$ $\text{(II)} \quad 2y - 10 = 2x \Rightarrow 2 \cdot 15 - 10 = 2 \cdot 10$ $\Leftrightarrow 30 - 10 = 20 \quad (w)$

A2	Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
a)	$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad 2y = 2x - 40 \quad   -2x \\ \text{(II)} \quad 3x = 10 - 2y \quad   +2y \\ \hline \text{(I)} \quad 2y - 2x = -40 \\ \text{(II)} \quad 2y + 3x = 10 \quad   \cdot (-1) \\ \hline \text{(I)} \quad 2y - 2x = -40 \\ \text{(II)} \quad -2y - 3x = -10 \\ \hline \phantom{(I)} \quad -5x = -50 \quad   : (-5) \\ \hline \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 10}} \end{array}$	$x = 10 \text{ eingesetzt in (I)}$ $2y = 2 \cdot 10 - 40$ $\Leftrightarrow 2y = 20 - 40$ $\Leftrightarrow 2y = -20 \quad   :2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = -10}}$ <p>Lösung: <math>L = \{(10   -10)\}</math></p> <p>Probe:</p> $\text{(I)} \quad 2y = 2x - 40 \Rightarrow 2 \cdot (-10) = 2 \cdot 10 - 40$ $\Leftrightarrow -20 = 20 - 40 \Leftrightarrow -20 = -20 \quad (w)$ $\text{(II)} \quad 3x = 10 - 2y \Rightarrow 3 \cdot 10 = 10 - 2 \cdot (-10)$ $\Leftrightarrow 30 = 10 + 20 \Leftrightarrow 30 = 30 \quad (w)$

A2	Ausführliche Lösung mit dem Gleichsetzverfahren	
	<p>b)</p> <p>(I) <math>\frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \quad   + \frac{3y}{5}</math></p> <p>(II) <math>\frac{x}{4} + y = 8 \quad   -y</math></p> <hr/> <p>(I) <math>\frac{x}{2} = \frac{3y}{5} + 3</math></p> <p>(II) <math>\frac{x}{4} = 8 - y \quad   \cdot 2</math></p> <hr/> <p>(I) <math>\frac{x}{2} = \frac{3y}{5} + 3</math></p> <p>(II) <math>\frac{x}{2} = 16 - 2y</math></p> <p>Rechte Seiten gleichsetzen</p> $\frac{3y}{5} + 3 = 16 - 2y \quad   +2y$ $\Leftrightarrow \frac{3y}{5} + 2y + 3 = 16 \quad   -3$ $\Leftrightarrow \frac{3y}{5} + \frac{10y}{5} = 13 \quad   \cdot 5$ $\Leftrightarrow 3y + 10y = 65$ $\Leftrightarrow 13y = 65 \quad   :13$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 5}}$	<p><math>y = 5</math> eingesetzt in (II) <math>\frac{x}{2} = 16 - 2y</math></p> $\frac{x}{2} = 16 - 10$ $\Leftrightarrow \frac{x}{2} = 6 \quad   \cdot 2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 12}}$ <p>Lösung: <math>L = \{(12   5)\}</math></p> <p>Probe:</p> <p>(I) <math>\frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \Rightarrow \frac{12}{2} - \frac{3 \cdot 5}{5} = 3</math></p> $\Leftrightarrow 6 - 3 = 3 \Leftrightarrow 3 = 3 \quad (w)$ <p>(II) <math>\frac{x}{4} + y = 8 \Rightarrow \frac{12}{4} + 5 = 8</math></p> $\Leftrightarrow 3 + 5 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \quad (w)$

A2	Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
	<p>c)</p> <p>(I) <math>\frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3</math> HN=60</p> <p>(II) <math>\frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20}</math> HN=400</p> <hr/> <p>(I) <math>\frac{8x}{60} + \frac{35y}{60} = 3 \mid \cdot 60</math></p> <p>(II) <math>\frac{112x}{400} - \frac{125y}{400} = \frac{3}{20} \mid \cdot 400</math></p> <p>(I) <math>8x + 35y = 180 \mid \cdot 14</math></p> <p>(II) <math>112x - 125y = 60 \mid \cdot (-1)</math></p> <hr/> <p>(I) <math>112x + 490y = 2520</math></p> <p>(II) <math>-112x + 125y = -60</math> } +</p> <hr/> <p><math>615y = 2460 \mid : 615</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 4}}</math></p>	<p><math>y = 4</math> eingesetzt in (I) <math>\frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3</math></p> <p><math>\frac{2x}{15} + \frac{28}{12} = 3 \mid - \frac{28}{12}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \frac{2x}{15} = \frac{36}{12} - \frac{28}{12}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \frac{2x}{15} = \frac{8}{12} \mid \cdot \frac{15}{2}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow x = \frac{8 \cdot 15}{12 \cdot 2} \Leftrightarrow x = 5</math></p> <p>Lösung: <math>L = \{(5 \mid 4)\}</math></p> <p>Probe:</p> <p>(I) <math>\frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3 \Rightarrow \frac{2 \cdot 5}{15} + \frac{7 \cdot 4}{12} = 3</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \frac{2}{3} + \frac{7}{3} = 3 \Leftrightarrow \frac{9}{3} = 3 \Leftrightarrow 3 = 3 \quad (w)</math></p> <p>(II) <math>\frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20} \Rightarrow \frac{7 \cdot 5}{25} - \frac{5 \cdot 4}{16} = \frac{3}{20}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \frac{7}{5} - \frac{5}{4} = \frac{3}{20} \Leftrightarrow \frac{28}{20} - \frac{25}{20} = \frac{3}{20}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \frac{3}{20} = \frac{3}{20} \quad (w)</math></p>

A2 Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
<p>d)</p> $(I) \quad \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \quad   \cdot 3 \cdot (y-7)$ $(II) \quad \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \quad   \cdot 8 \cdot (y-5)$ <hr/> $(I) \quad 3(x+5) = 4(y-7)$ $(II) \quad 8(x+2) = 5(y-5)$ <hr/> $(I) \quad 3x+15 = 4y-28 \quad   -4y-15$ $(II) \quad 8x+16 = 5y-25 \quad   -5y-16$ <hr/> $(I) \quad 3x-4y = -43 \quad   \cdot 8$ $(II) \quad 8x-5y = -41 \quad   \cdot (-3)$ <hr/> $(I) \quad 24x-32y = -344$ $(II) \quad -24x+15y = 123 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} (I) \\ (II) \end{matrix}} \right\} +$ <hr/> $-17y = -121 \quad   : (-17)$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y = 13}}$	<p><math>y = 13</math> eingesetzt in (I) <math>\frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3}</math></p> $\frac{x+5}{6} = \frac{4}{3} \quad   \cdot 6$ $\Leftrightarrow x+5 = 8 \quad   -5$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$ <p>Lösung: <math>L = \{(3 13)\}</math> <math>y \notin \{5;7\}</math></p> <p>Probe:</p> $(I) \quad \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{3+5}{13-7} = \frac{4}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \quad (w)$ $(II) \quad \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{3+2}{13-5} = \frac{5}{8}$ $\Leftrightarrow \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \quad (w)$

A3 Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
<p>a)</p> $(I) \quad \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13}$ $(II) \quad \frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6}$ <hr/> $(I) \quad 4(3y-13) = 2(3x+1) \quad   : 2$ $(II) \quad 2(7y-6) = 4(5x-10) \quad   : 2$ <hr/> $(I) \quad 2(3y-13) = 3x+1$ $(II) \quad 7y-6 = 2(5x-10)$ <hr/> $(I) \quad 6y-26 = 3x+1 \quad   -3x+26$ $(II) \quad 7y-6 = 10x-20 \quad   -10x+6$ <hr/> $(I) \quad -3x+6y = 27 \quad   \cdot (-10)$ $(II) \quad -10x+7y = -14 \quad   \cdot 3$ <hr/> $(I) \quad 30x-60y = -270$ $(II) \quad -30x+21y = -42 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} (I) \\ (II) \end{matrix}} \right\} +$ <hr/> $-39y = -312 \quad   : (-39)$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y = 8}}$	<p><math>y = 8</math> eingesetzt in (I) <math>\frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13}</math></p> $\frac{4}{3x+1} = \frac{2}{11}$ $\Leftrightarrow 4 \cdot 11 = 2(3x+1)$ $\Leftrightarrow 44 = 6x+2 \quad   -2$ $\Leftrightarrow 42 = 6x \quad   : 6$ $\Leftrightarrow 7 = x \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 7}}$ <p>Lösung:</p> $L = \{(7 8)\} \quad x \notin \left\{-\frac{1}{3}; 2\right\} \quad y \notin \left\{\frac{6}{7}; \frac{13}{3}\right\}$ <p>Probe:</p> $(I) \quad \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13} \Rightarrow \frac{4}{3 \cdot 7 + 1} = \frac{2}{3 \cdot 8 - 13}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{22} = \frac{2}{11} \Leftrightarrow \frac{2}{11} = \frac{2}{11} \quad (w)$ $(II) \quad \frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6} \Rightarrow \frac{2}{5 \cdot 7 - 10} = \frac{4}{7 \cdot 8 - 6}$ $\Leftrightarrow \frac{2}{25} = \frac{4}{50} \Leftrightarrow \frac{2}{25} = \frac{2}{25} \quad (w)$

A3	Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
b)	$(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ $(II) \frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x} \quad   -\frac{9}{x} - \frac{5}{2}$ <hr/> $(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ $(II) -\frac{9}{x} + \frac{4}{y} = -\frac{5}{2} \quad   \cdot 3$ <hr/> $(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ $(II) -\frac{27}{x} + \frac{12}{y} = -\frac{15}{2}$ $\left. \begin{array}{l} (I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6} \\ (II) -\frac{27}{x} + \frac{12}{y} = -\frac{15}{2} \end{array} \right\} +$ <hr/> $\frac{7}{x} - \frac{27}{x} = \frac{5}{6} - \frac{15}{2}$ $\Leftrightarrow -\frac{20}{x} = -\frac{40}{6}$ $\Leftrightarrow -\frac{x}{20} = -\frac{6}{40} \quad   \cdot (-20)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$	$y = 3 \text{ eingesetzt in (II) } \frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x}$ $\frac{4}{y} + \frac{5}{2} = 3 \quad   -\frac{5}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{y} = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{y}{4} = 2 \quad   \cdot 4$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 8}}$ <p>Lösung: <math>L = \{(3 8)\}</math> <math>x, y \neq 0</math></p> <p>Probe:</p> $(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{7}{3} - \frac{12}{8} = \frac{5}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{56}{24} - \frac{36}{24} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{20}{24} = \frac{5}{6} \quad (w)$ $(II) \frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x} \Rightarrow \frac{4}{8} + \frac{5}{2} = \frac{9}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3 \Leftrightarrow \frac{6}{2} = 3 \quad (w)$

A3 Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
<p>c)</p> $(I) \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$ $(II) \frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6} \quad   \cdot 2$ <hr/> $\left. \begin{array}{l} (I) \quad \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3} \\ (II) \quad \frac{4}{x} - \frac{8}{y} = -\frac{1}{3} \end{array} \right\} +$ <hr/> $\frac{8}{x} = \frac{4}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{x}{8} = \frac{3}{4} \quad   \cdot 8$ $\Leftrightarrow x = \frac{3 \cdot 8}{4}$ $\Leftrightarrow x = \frac{24}{4}$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 6}}$	<p><math>x = 6</math> eingesetzt in (I) <math>\frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}</math></p> $\frac{4}{6} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3} \quad   -\frac{4}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{8}{y} = \frac{3}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{y}{8} = 1 \quad   \cdot 8$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 8}}$ <p>Lösung: <math>L = \{(6   8)\}</math> <math>x, y \neq 0</math></p> <p>Probe:</p> $(I) \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{4}{6} + \frac{8}{8} = \frac{5}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \quad (w)$ $(II) \frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2}{6} - \frac{4}{8} = -\frac{1}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = -\frac{1}{6} \quad (w)$

A3 Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren	
<p>d)</p> $(I) \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5}$ $(II) \frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \quad   \cdot 2$ <hr/> $\left. \begin{array}{l} (I) \quad \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5} \\ (II) \quad \frac{10}{2x-1} + \frac{8}{3y+2} = \frac{16}{15} \end{array} \right\} +$ <hr/> $\frac{13}{2x-1} = \frac{13}{15}$ $\Leftrightarrow \frac{2x-1}{13} = \frac{15}{13} \quad   \cdot 13$ $\Leftrightarrow 2x-1 = 15 \quad   +1$ $\Leftrightarrow 2x = 16 \quad   :2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 8}}$	<p><math>x = 8</math> eingesetzt in (II) <math>\frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15}</math></p> $\frac{5}{15} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \quad   -\frac{5}{15}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{3y+2} = \frac{3}{15}$ $\Leftrightarrow \frac{3y+2}{4} = \frac{15}{3} \quad   \cdot 4$ $\Leftrightarrow 3y+2 = 20 \quad   -2$ $\Leftrightarrow 3y = 18 \quad   :3$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 6}}$ <p>Lösung: <math>L = \{(8   6)\}</math> <math>x \neq \frac{1}{2}; y \neq -\frac{2}{3}</math></p> <p>Probe:</p> $(I) \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{3}{15} - \frac{8}{20} = -\frac{1}{5} \quad (w)$ $(II) \frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{5}{15} + \frac{4}{20} = \frac{8}{15} \quad (w)$

<p><b>A4 Ausführliche Lösung mit dem Additionsverfahren</b></p> <p>(I) <math>\frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \quad   \cdot 5</math></p> <p>(II) <math>\frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3} \quad   \cdot 3</math></p> <hr/> <p>(I) <math>\frac{35}{2x-5} - \frac{45}{7y+5} = \frac{50}{3}</math></p> <p>(II) <math>\frac{72}{2x-5} + \frac{45}{7y+5} = \frac{57}{3}</math></p> <p style="text-align: center;">+}</p> <hr/> <p><math>\frac{107}{2x-5} = \frac{107}{3}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \frac{2x-5}{107} = \frac{3}{107} \quad   \cdot 107</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 2x-5 = 3 \quad   +5</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 2x = 8 \quad   :2</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 4}}</math></p> <p>Probe:</p> <p>(I) <math>\frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{7}{3} - \frac{9}{-9} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{3} + \frac{3}{3} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow \frac{10}{3} = \frac{10}{3} \quad (w)</math></p> <p>(II) <math>\frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3} \Rightarrow \frac{24}{3} + \frac{15}{-9} = \frac{19}{3} \Leftrightarrow \frac{24}{3} - \frac{5}{3} = \frac{19}{3} \Leftrightarrow \frac{19}{3} = \frac{19}{3} \quad (w)</math></p>	<p>x = 4 eingesetzt in (I) <math>\frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3}</math></p> <p><math>\frac{7}{3} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \quad   -\frac{7}{3}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow -\frac{9}{7y+5} = \frac{3}{3}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow -\frac{7y+5}{9} = \frac{3}{3} \quad   \cdot (-9)</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 7y+5 = -9 \quad   -5</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 7y = -14 \quad   :7</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \underline{\underline{y = -2}}</math></p> <p>Lösung: <math>L = \{(4   -2)\} \quad x \neq \frac{5}{2}; y \neq -\frac{5}{7}</math></p>
---	---

<p><b>A5 Ausführliche Lösung</b></p> <p>Ein Vater ist im Augenblick viermal so alt wie sein Sohn und wird in 5 Jahren nur noch dreimal so alt sein. Wie alt sind beide zum jetzigen Zeitpunkt?</p> <p>Variablen: Vater x Sohn y</p> <p>Ein Vater ist im Augenblick viermal so alt wie sein Sohn <math>x = 4y</math></p> <p>Vater ist in 5 Jahren nur noch dreimal so alt wie sein Sohn <math>x + 5 = 3(y + 5)</math></p> <p>Gleichungssystem:</p> <p>(I) <math>x = 4y</math></p> <p>(II) <math>x + 5 = 3(y + 5)</math></p> <p>Lösung mit dem Einsetzverfahren</p> <p><math>x = 4y</math> einsetzen in (II) <math>x + 5 = 3(y + 5)</math></p> <p style="margin-left: 40px;"><math>4y + 5 = 3(y + 5)</math></p> <p style="margin-left: 40px;"><math>\Leftrightarrow 4y + 5 = 3y + 15 \quad   -3y - 5</math></p> <p style="margin-left: 40px;"><math>\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 10}}</math></p> <p><math>y = 10</math> einsetzen in (I) <math>x = 4y</math></p> <p style="margin-left: 40px;"><math>\underline{\underline{x = 40}}</math></p> <p>Der Vater ist 40, der Sohn 10 Jahre alt.</p>	<p>Lösung: <math>L = \{(40   10)\}</math></p> <p>Probe:</p> <p>(I) <math>x = 4y</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>\Rightarrow 40 = 4 \cdot 10</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>\Leftrightarrow 40 = 40 \quad (w)</math></p> <p>(II) <math>x + 5 = 3(y + 5)</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>\Rightarrow 40 + 5 = 3(10 + 5)</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>\Leftrightarrow 45 = 3 \cdot 15</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>\Leftrightarrow 45 = 45 \quad (w)</math></p>
---	--

A6	<p><b>Ausführliche Lösung</b></p> <p>In welcher Zeit wird ein Behälter von zwei Leitungen halb gefüllt, wenn die erste Leitung zur Füllung des gesamten Behälters 18 min und die zweite dazu 22 Minuten benötigt?</p> <p>Ansatz: Die erste Leitung füllt den Behälter in einer Minute <math>1/18</math>. Die zweite Leitung füllt den Behälter in einer Minute <math>1/22</math>. Gesucht ist die Zeit in Minuten, also die Variable x.</p> $\left(\frac{1}{18} + \frac{1}{22}\right)x = \frac{1}{2} \quad   \cdot 2 \Leftrightarrow \underbrace{\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}_{\text{HN}=99} x = 1$ $\Leftrightarrow \left(\frac{11}{99} + \frac{9}{99}\right)x = 1 \Leftrightarrow \frac{20}{99}x = 1 \quad   \cdot \frac{99}{20}$ $\Leftrightarrow x = \frac{99}{20} \Rightarrow L = \left\{ \frac{99}{20} \right\}$ <p><math>\frac{99}{20}</math> Minuten sind <math>4 \frac{19}{20}</math> Minuten oder 4 Minuten 57 Sekunden Der Behälter wird in 4 Minuten und 57 Sekunden halb gefüllt. Die Aufgabe ließ sich mit einer einfachen Gleichung lösen.</p>
----	---

A7	<p><b>Ausführliche Lösung</b></p> <p>Der Umfang eines Rechtecks beträgt 180 cm. Wie lang ist die Seite a, wenn die Seite b 30 cm lang ist?</p> <p>Umfang des Rechtecks <math>2a + 2b = 180</math> Seite b ist 30 cm lang <math>b=30</math> Gleichungssystem (I) <math>2a + 2b = 180</math> (II) <math>b = 30</math></p> <p>Lösung mit dem Einsetzverfahren <math>b = 30</math> eingesetzt in (I) <math>2a + 2b = 180</math> <math>2a + 2 \cdot 30 = 180</math> <math>\Leftrightarrow 2a + 60 = 180 \quad   -60</math> <math>\Leftrightarrow 2a = 120 \quad   : 2</math> <math>\Leftrightarrow \underline{a = 60} \Rightarrow L = \{(60   30)\}</math></p> <p>Probe: <math>2a + 2b = 180 \Rightarrow 2 \cdot 60 + 3 \cdot 30 = 180 \Leftrightarrow 120 + 60 = 180</math> (w) Die Seite a ist 60 cm lang.</p>
----	---

A8	Ausführliche Lösung
	<p>Die Quersumme einer zwei zifferigen Zahl ist 9. Stellt man die Ziffern um, so ist die neue Zahl <math>\frac{7}{4}</math> mal so groß wie die alte. Wie heißen die beiden Ziffern?</p> <p>Die Zahl besteht aus den Ziffern x und y und hat den Wert <math>10x + y</math>  Die Quersumme der Zahl ist <math>x + y = 9</math>  Stellt man die Ziffern um, so erhält man die neue Zahl mit dem Wert <math>10y + x</math>  Die neue Zahl ist <math>\frac{7}{4}</math> mal so groß wie die alte  <math>10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)</math>  Das Gleichungssystem lautet :</p> <p>(I) <math>x + y = 9 \quad   -y</math></p> <p>(II) <math>10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)</math></p> <hr/> <p>(I) <math>x = 9 - y</math></p> <p>(II) <math>10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)</math></p> <p>Lösung nach dem Einsetzverfahren  <math>x = 9 - y</math> einsetzen in (II)</p> $10y + 9 - y = \frac{7}{4}(90 - 10y + y)$ $\Leftrightarrow 9y + 9 = \frac{7}{4}(90 - 9y)$ $\Leftrightarrow 9y + 9 = \frac{630}{4} - \frac{63}{4}y \quad   + \frac{63}{4}y - 9$ $\Leftrightarrow \frac{36}{4}y + \frac{63}{4}y = \frac{630}{4} - \frac{36}{4}$ $\Leftrightarrow \frac{99}{4}y = \frac{594}{4} \quad   \cdot 4$ $\Leftrightarrow 99y = 594 \quad   : 99$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 6}}$ <p>Die Ziffern der Zahl heißen 3 und 6. Die Zahl lautet 36.</p> <div style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px; margin-left: 20px;"> <p><math>y = 6</math> einsetzen in (I) <math>x + y = 9</math>  <math>x + 6 = 9 \quad   -6</math>  <math>\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}</math></p> <p>Lösung: <math>L = \{(3   6)\}</math></p> <p>Probe:</p> <p>(I) <math>x + y = 9</math>  <math>\Rightarrow 3 + 6 = 9</math>  <math>\Leftrightarrow 9 = 9</math> (w)</p> <p>(II) <math>10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)</math>  <math>\Rightarrow 60 + 3 = \frac{7}{4} \cdot 36</math>  <math>\Leftrightarrow 63 = 7 \cdot 9</math>  <math>\Leftrightarrow 63 = 63</math></p> </div>