

Lösungen Funktionen III

Ergebnisse

E1 Aufgabe							
Gegeben sind die Funktionen $f(x)$. Erstellen Sie eine geeignete Wertetabelle. Zeichnen Sie den dazugehörigen Graphen.							
a)	$f(x) = \frac{1}{2}x + 1$	b)	$f(x) = x^2$	c)	$f(x) = \frac{1}{x+3}$	d)	$f(x) = 3^x$

E1 Ergebnis																					
<p>a)</p> $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>x</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>-1</td><td>-0,5</td><td>0</td><td>0,5</td></tr> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>1</td><td>1,5</td><td>2</td><td>2,5</td></tr> </table>	x	-4	-3	-2	-1	f(x)	-1	-0,5	0	0,5	x	0	1	2	3	f(x)	1	1,5	2	2,5	
x	-4	-3	-2	-1																	
f(x)	-1	-0,5	0	0,5																	
x	0	1	2	3																	
f(x)	1	1,5	2	2,5																	

E1 Ergebnis																	
<p>b)</p> $f(x) = x^2$ <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>x</td><td>f(x)</td></tr> <tr><td>-3</td><td>9</td></tr> <tr><td>-2</td><td>4</td></tr> <tr><td>-1</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>9</td></tr> </table>	x	f(x)	-3	9	-2	4	-1	1	0	0	1	1	2	4	3	9	
x	f(x)																
-3	9																
-2	4																
-1	1																
0	0																
1	1																
2	4																
3	9																

E1 Ergebnis																									
<p>c)</p> $f(x) = \frac{1}{x+3}$ <p>Wertetabelle:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>x</td><td>-7</td><td>-6</td><td>-5</td><td>-4</td><td>-3,5</td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>-0,25</td><td>-0,33</td><td>-0,5</td><td>-1</td><td>-2</td></tr> <tr><td>x</td><td>-2,5</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>2</td><td>1</td><td>0,5</td><td>0,33</td><td>0,25</td></tr> </table>	x	-7	-6	-5	-4	-3,5	f(x)	-0,25	-0,33	-0,5	-1	-2	x	-2,5	-2	-1	0	1	f(x)	2	1	0,5	0,33	0,25	
x	-7	-6	-5	-4	-3,5																				
f(x)	-0,25	-0,33	-0,5	-1	-2																				
x	-2,5	-2	-1	0	1																				
f(x)	2	1	0,5	0,33	0,25																				

E1	Ergebnis																													
	d) $f(x) = 3^x$ Wertetabelle: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td><td>-3</td><td>-2,5</td><td>-2</td><td>-1,5</td><td>-1</td><td>-0,5</td></tr> <tr> <td>f(x)</td><td>0,04</td><td>0,06</td><td>0,11</td><td>0,19</td><td>0,33</td><td>0,58</td></tr> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>0,5</td><td>1</td><td>1,5</td><td>2</td><td>2,5</td></tr> <tr> <td>f(x)</td><td>1</td><td>1,73</td><td>3</td><td>5,2</td><td>9</td><td>15,6</td></tr> </table>	x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	f(x)	0,04	0,06	0,11	0,19	0,33	0,58	x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	f(x)	1	1,73	3	5,2	9	15,6	
x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5																								
f(x)	0,04	0,06	0,11	0,19	0,33	0,58																								
x	0	0,5	1	1,5	2	2,5																								
f(x)	1	1,73	3	5,2	9	15,6																								

E2	Aufgabe
	Überlegen Sie, ob eine eindeutige Zuordnung $x \rightarrow y$ vorliegt: $x^2 + y^2 = 1$

E2	Ergebnis
	nein, denn z.B. für $x = 0$ erhält man die y -Werte $y = -1$ und $y = 1$

E3	Aufgabe
	Gegeben ist die Punktmenge P . Liegt eine Funktion vor? Wenn ja, bestimmen Sie die Zuordnungsvorschrift und die größtmögliche Definitionsmenge.
	$P = \left\{ \left(2 \mid 1 \right); \left(5 \mid \frac{1}{4} \right); \left(10 \mid \frac{1}{9} \right); \left(25 \mid \frac{1}{24} \right); \dots \right\}$

E3	Ergebnis
	Es liegt eine Funktion vor, denn jeder reellen Zahl $x \neq 1$ kann genau eine reelle Zahl zugeordnet werden.
	$f(x) = \frac{1}{x-1}; x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

E4	Aufgabe
	Stellen Sie eine Wertetabelle auf und zeichnen Sie den Graphen der Funktion: $f(x) = \frac{1}{8}(x^3 - 2x - 4); x \in \mathbb{R}$
a)	Bestimmen Sie mit dem Taschenrechner $f(3)$ und $f(-2)$.
b)	An welcher Stelle ist der Funktionswert Null?
c)	Für welchen x – Wert ist der Funktionswert 1?
d)	Für welche x – Werte sind die Funktionswerte negativ?
e)	Für welche x – Werte gilt: $f(x) < 1$?

E4	Ergebnisse																
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-3</td> <td>-3,125</td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>-0,375</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>-0,5</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>-0,625</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>2,125</td> </tr> </tbody> </table>	x	f(x)	-3	-3,125	-2	-1	-1	-0,375	0	-0,5	1	-0,625	2	0	3	2,125
x	f(x)																
-3	-3,125																
-2	-1																
-1	-0,375																
0	-0,5																
1	-0,625																
2	0																
3	2,125																
a)	$f(3) = 2,125$; $f(-2) = -1$																
b)	$f(2) = 0$																
c)	$f(x) = 1$ für $x = 2,579\dots$																
d)	$f(x) < 0$ für $x < 2$																
e)	$f(x) < 1$ für $x < 2,579\dots$																

E5 Aufgabe	
Gegeben sind die Graphen von drei Funktionen f_1, f_2, f_3 . Entscheiden Sie, für welche Funktionen gilt:	
a) Die Funktionswerte sind überall negativ.	
b) Die Funktionswerte sind negativ auf dem Intervall $[0,5 ; 1]$.	
c) $f(2) < f(0)$.	
d) $f(0) = -1$.	
e) $f(-2) = f(2)$.	

E5	Ergebnisse
a)	Für f_3 sind die Funktionswerte überall negativ.
b)	Die Funktionswerte auf $[0,5 ; 1]$ sind negativ für f_1, f_2, f_3 .
c)	$f(2) < f(0)$ für f_3 .
d)	$f(0) = -1$ für f_2 .
e)	$f(-2) = f(2)$ für f_3 .

Was versteht man unter einer Funktion?

Eine eindeutige Zuordnung, bei der einer unabhängigen Variablen x aus der Definitionsmenge D genau ein Funktionswert $f(x)$ zugeordnet wird heißt Funktion. Der funktionale Zusammenhang wird durch eine Funktionsgleichung beschrieben. Durch Einsetzen von x -Werten in die Funktionsgleichung erhält man Funktionswerte, die zusammen mit den x -Werten in einer Wertetabelle dargestellt werden können. Jedes Wertepaar der Tabelle entspricht genau einem Punkt im kartesischen Koordinatensystem. In vielen Fällen lassen sich die so entstandenen Punkte zu einem Graphen verbinden. Die Menge aller x -Werte, die in die Funktionsgleichung eingesetzt werden dürfen heißt Definitionsmenge. Die Menge aller Funktionswerte, die dabei entstehen, gehören zur Wertemenge W der Funktion.