Lösungen Exponentialgleichungen II

Ergebnisse

E1	Ergebnisse			
	a)	$\frac{1}{3}e^{-2x}-2=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}\ln(6)$	b)	$2e^{x+1}-6=0 \Rightarrow x=\ln(3)-1$
	c)	$2e^{x}+3x\cdot e^{x}=0 \Rightarrow x=-\frac{2}{3}$	d)	$(2+3x)e^{x-1}=0 \Rightarrow x=-\frac{2}{3}$

E2	Ergebnisse			
	a)	$4e^{2x}-3e^{x}=0 \Rightarrow x=\ln\left(\frac{3}{4}\right)$	b)	$\frac{1}{2}e^{x}-\frac{e}{4}-2=0 \Rightarrow x=\ln\left(\frac{1}{2}e+4\right)$
	c)	$3e^{2-x}=4 \Rightarrow x=2-\ln\left(\frac{4}{3}\right)$	d)	$2x\cdot e^{x}-4x=0$ $\Rightarrow x_1=0\,;\,x_2=\ln(2)$

E3	Ergebnisse			
	a)	$2e^{x}-e^{2x}=0 \Rightarrow x=\ln(2)$	b)	$4e^{2x}-3e^{x}=0 \Rightarrow x=\ln\left(\frac{3}{4}\right)$

E4	Ergebnisse			
	a)	$\frac{1}{2}e^{x}-10e^{-x}+\frac{1}{2}=0$ $\Rightarrow x=\ln(4)$	b)	$-\frac{1}{10}e^{x}-\frac{1}{2}+5e^{-x}=0$ $\Rightarrow x=\ln(5)$
	c)	$e^{2x}-5e^{x}+4=0$ $\Rightarrow x_1=\ln(4)\,;\,x_2=0$	d)	$2e^{x}+8e^{-x}=10$ $\Rightarrow x_1=\ln(4)\,;\,x_2=0$

E5	Ergebnisse			
	a)	$3e^{2x}-6e^{x}=0 \Rightarrow x=\ln(2)$	b)	$4e^{-3x}-2=0 \Rightarrow x=\frac{1}{3}\ln(2)$
	c)	$\frac{5x}{e^{2x}+1}=0 \Rightarrow x=0$	d)	$e^{x}\left(e^{x}-3\right)=0 \Rightarrow x=\ln(3)$

E6	Ergebnisse			
	a)	$(x-3)e^{x}-e^{x}=0 \Rightarrow x=4$	b)	$e^{x+1}-3=0 \Rightarrow x=\ln(3)-1$
	c)	$e^{\frac{1}{2}x}-\frac{3}{2}=0 \Rightarrow x=2\cdot\ln\left(\frac{3}{2}\right)$	d)	$(3+5x)e^{3-4x}=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{5}$

E7	Ergebnisse			
	a)	$\frac{1}{3}e^{-2x}-\frac{10}{3}e^{-x}+3=0$ $\Rightarrow x_1=0\,;\,x_2=-\ln(9)$	b)	$8-6e^{-\frac{1}{4}x}-2e^{\frac{1}{4}x}=0$ $\Rightarrow x_1=4\cdot\ln(3)\,;\,x_2=0$
	c)	$\frac{1}{4}e^{x}-4e^{-x}-\frac{3}{2}=0\Rightarrow x=\ln(8)$	d)	$e^{x}+e^{-x}-\frac{5}{2}=0$ $\Rightarrow x_1=\ln(2)\,;\,x_2=-\ln(2)$
	e)	$-3e^{-2x}+20-4e^{-x}=0$ $\Rightarrow x=-\ln(2)$	f)	$\frac{3}{2}e^{2x}-\frac{15}{2}e^{x}+\frac{27}{8}=0$ $\Rightarrow x_1=\ln\left(\frac{9}{2}\right);\,x_2=-\ln(2)$

E8	Ergebnisse			
	a)	$2e^{-x}-3e^{x}=0\Rightarrow x=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{2}{3}\right)$	b)	$\left(e^{2x+1}-1\right)\left(e+1\right)=0\Rightarrow x=-\frac{1}{2}$
	c)	$4e^{x}+2x\cdot e^{x}=0\Rightarrow x=-2$	d)	$\left(e^{x+1}-2\right)\left(e^{2x}-4\right)=0$ $\Rightarrow x_1=\ln(2)-1;\,x_2=\ln(2)$

Ausführliche Löaungen

A1	Ausführliche Lösungen		
a)	$\frac{1}{3}e^{-2x}-2=0\,\vert+2$ $\Leftrightarrow \frac{1}{3}e^{-2x}=2\,\vert\cdot 3$ $\Leftrightarrow e^{-2x}=6\,\vert\ln(\ )$ $\Leftrightarrow \ln\left(e^{-2x}\right)=\ln(6)$ $\Leftrightarrow -2x=\ln(6)\,\vert:(-2)$ $\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}\ln(6)$	b)	$2e^{x+1}-6=0\,\vert+6$ $\Leftrightarrow 2e^{x+1}=6\,\vert:2$ $\Leftrightarrow e^{x+1}=3\,\vert\ln(\ )$ $\Leftrightarrow \ln\left(e^{x+1}\right)=\ln(3)$ $\Leftrightarrow x+1=\ln(3)\,\vert-1$ $\Leftrightarrow x=\ln(3)-1$

A1	Ausführliche Lösungen		
c)	$2e^{x}+3x\cdot e^{x}=0$ $\Leftrightarrow (2+3x)e^{x}=0$ mit $e^{x}\neq 0$ $\Leftrightarrow 2+3x=0\,\vert-2$ $\Leftrightarrow 3x=-2\,\vert:3$ $\Leftrightarrow x=-\frac{2}{3}$	d)	$(2+3x)e^{x-1}=0$ mit $e^{x-1}\neq 0$ $\Leftrightarrow 2+3x=0\,\vert-2$ $\Leftrightarrow 3x=-2\,\vert:3$ $\Leftrightarrow x=-\frac{2}{3}$

A2	Ausführliche Lösungen		
a)	$4e^{2x}-3e^{x}=0\,\vert+3e^{x}$ $\Leftrightarrow 4e^{2x}=3e^{x}\,\vert:4$ $\Leftrightarrow e^{2x}=\frac{3}{4}e^{x}\,\vert\ln(\ )$ $\Leftrightarrow \ln\left(e^{2x}\right)=\ln\left(\frac{3}{4}e^{x}\right)$ $\Leftrightarrow 2x=\ln\left(\frac{3}{4}\right)+x\cdot\ln(e)$ $\Leftrightarrow 2x=\ln\left(\frac{3}{4}\right)+x\,\vert-x$ $\Leftrightarrow x=\ln\left(\frac{3}{4}\right)$	b)	$\frac{1}{2}e^{x}-\frac{e}{4}-2=0\,\vert+2$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}e^{x}-\frac{e}{4}=2\,\vert+\frac{e}{4}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}e^{x}=\frac{e}{4}+2\,\vert\cdot 2$ $\Leftrightarrow e^{x}=\frac{e}{2}+4\,\vert\ln(\ )$ $\Leftrightarrow \ln\left(e^{x}\right)=\ln\left(\frac{e}{2}+4\right)$ $\Leftrightarrow x=\ln\left(\frac{1}{2}e+4\right)$

A2 Ausführliche Lösungen

c)

$$
\begin{aligned}
& 3e^{2-x} = 4 \mid :3 \\
\Leftrightarrow\ & e^{2-x} = \frac{4}{3} \mid \ln(\ ) \\
\Leftrightarrow\ & \ln\left(e^{2-x}\right) = \ln\left(\frac{4}{3}\right) \\
\Leftrightarrow\ & 2 - x = \ln\left(\frac{4}{3}\right) \mid -2 \\
\Leftrightarrow\ & -x = \ln\left(\frac{4}{3}\right) - 2 \mid \cdot(-1) \\
\Leftrightarrow\ & x = 2 - \ln\left(\frac{4}{3}\right)
\end{aligned}
$$

d)

$$
\begin{aligned}
& 2x \cdot e^{x} - 4x = 0 \\
\Leftrightarrow\ & 2x\left(e^{x} - 2\right) = 0 \\
\Rightarrow\ & x_1 = 0 \\
& e^{x} - 2 = 0 \mid +2 \\
\Leftrightarrow\ & e^{x} = 2 \mid \ln(\ ) \\
\Leftrightarrow\ & \ln\left(e^{x}\right) = \ln(e) \\
\Leftrightarrow\ & x = x_2 = \ln(2)
\end{aligned}
$$

A3 Ausführliche Lösungen

a)

$$
\begin{aligned}
& 2e^{x} - e^{2x} = 0 \mid +e^{2x} \\
\Leftrightarrow\ & 2e^{x} = e^{2x} \mid :2 \\
\Leftrightarrow\ & e^{x} = \frac{1}{2}e^{2x} \mid \ln(\ ) \\
\Leftrightarrow\ & \ln\left(e^{x}\right) = \ln\left(\frac{1}{2}e^{2x}\right) \\
\Leftrightarrow\ & x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln\left(e^{2x}\right) \\
\Leftrightarrow\ & x = \ln(1) - \ln(2) + 2x \mid -2x \\
\Leftrightarrow\ & -x = -\ln(2) \mid \cdot(-1) \\
\Leftrightarrow\ & x = \ln(2)
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
& 4e^{2x} - 3e^{x} = 0 \mid +3e^{x} \\
\Leftrightarrow\ & 4e^{2x} = 3e^{x} \mid :4 \\
\Leftrightarrow\ & e^{2x} = \frac{3}{4}e^{x} \mid \ln(\ ) \\
\Leftrightarrow\ & \ln\left(e^{2x}\right) = \ln\left(\frac{3}{4}e^{x}\right) \\
\Leftrightarrow\ & 2x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + \ln\left(e^{x}\right) \\
\Leftrightarrow\ & 2x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + x \mid -x \\
\Leftrightarrow\ & x = \ln\left(\frac{3}{4}\right)
\end{aligned}
$$

A4 Ausführliche Lösung

a)

$$
\begin{aligned}
& \frac{1}{2}e^{x} - 10e^{-x} + \frac{1}{2} = 0 \mid \cdot 2 \\
\Leftrightarrow\ & e^{x} - 20e^{-x} + 1 = 0 \mid \cdot e^{x} \\
\Leftrightarrow\ & e^{2x} - 20 + e^{x} = 0
\end{aligned}
$$

Substitution: $e^{x} = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^{2}$

$$
\begin{aligned}
\Leftrightarrow\ & u^{2} + u - 20 = 0 \\
\Rightarrow\ & p = 1;\ q = -20 \\
& D = \left(\frac{p}{2}\right)^{2} - q = \left(\frac{1}{2}\right)^{2} + 20 \\
& = \frac{1}{4} + \frac{80}{4} = \frac{81}{4}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow\ & \sqrt{D} = \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2} \\
& u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad
\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = 4 \\ u_2 = -\frac{1}{2} - \frac{9}{2} = -5 \end{cases} \\
& u_1 = 4 \Leftrightarrow e^{x} = 4 \mid \ln(\ ) \\
& \Leftrightarrow \ln\left(e^{x}\right) = \ln(4) \Leftrightarrow x = \ln(4) \\
& u_2 = -5 \\
\Leftrightarrow\ & e^{x} = -5 \text{ keine Lösung}
\end{aligned}
$$

A4	Ausführliche Lösung		
	b)	$-\frac{1}{10}e^x-\frac{1}{2}+5e^{-x}=0 \mid \cdot(-10)e^x$ $\Leftrightarrow e^{2x}+5e^x-50=0$ Substitution: $e^x=u \Leftrightarrow e^{2x}=u^2$ $\Leftrightarrow u^2+5u-50=0$ $\Rightarrow p=5\,;\,q=-50$ $D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(\frac{5}{2}\right)^2+50$ $=\frac{25}{4}+\frac{200}{4}=\frac{225}{4}$	$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{225}{4}}=\frac{15}{2}$ $u_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$ $\quad u_1=-\frac{5}{2}+\frac{15}{2}=5$; $\quad u_2=-\frac{5}{2}-\frac{15}{2}=-10$ $u_1=5 \Leftrightarrow e^x=5 \mid \ln(\;)$ $\Leftrightarrow \ln(e^x)=\ln(5) \Leftrightarrow x=\ln(5)$ $u_2=-10$ $\Leftrightarrow e^x=-10$ keine Lösung

A4	Ausführliche Lösung		
	c)	$e^{2x}-5e^x+4=0$ Substitution: $e^x=u \Leftrightarrow e^{2x}=u^2$ $\Leftrightarrow u^2-5u+4=0$ $\Rightarrow p=-5\,;\,q=4$ $D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{5}{2}\right)^2-4$ $=\frac{25}{4}-\frac{16}{4}=\frac{9}{4}$ $\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$	$u_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$ $\quad u_1=\frac{5}{2}+\frac{3}{2}=4$; $\quad u_2=\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=1$ $u_1=4 \Leftrightarrow e^{x_1}=4 \mid \ln(\;)$ $\Leftrightarrow \ln(e^{x_1})=\ln(4) \Leftrightarrow x_1=\ln(4)$ $u_2=1 \Leftrightarrow e^{x_2}=1 \mid \ln(\;)$ $\Leftrightarrow \ln(e^{x_2})=\ln(1) \Leftrightarrow x_2=0$

A4	Ausführliche Lösung		
	d)	$2e^x+8e^{-x}=10 \mid \cdot e^x$ $\Leftrightarrow 2e^{2x}+8=10e^x \mid -10e^x$ $\Leftrightarrow 2e^{2x}-10e^x+8=0 \mid :2$ $\Leftrightarrow e^{2x}-5e^x+4=0$ Substitution: $e^x=u \Leftrightarrow e^{2x}=u^2$ $\Leftrightarrow u^2-5u+4=0$ $\Rightarrow p=-5\,;\,q=4$ $D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{5}{2}\right)^2-4$ $=\frac{25}{4}-\frac{16}{4}=\frac{9}{4}$	$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$ $u_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$ $\quad u_1=\frac{5}{2}+\frac{3}{2}=4$; $\quad u_2=\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=1$ $u_1=4 \Leftrightarrow e^{x_1}=4 \mid \ln(\;)$ $\Leftrightarrow \ln(e^{x_1})=\ln(4) \Leftrightarrow x_1=\ln(4)$ $u_2=1 \Leftrightarrow e^{x_2}=1 \mid \ln(\;)$ $\Leftrightarrow \ln(e^{x_2})=\ln(1) \Leftrightarrow x_2=0$

A5	Ausführliche Lösungen			
	a)	$3e^{2x}-6e^{x}=0 \mid +6e^{x}$	b)	$4e^{-3x}-2=0 \mid +2$
		$\Leftrightarrow 3e^{2x}=6e^{x} \mid :3$		$\Leftrightarrow 4e^{-3x}=2 \mid :4$
		$\Leftrightarrow e^{2x}=2e^{x} \mid \ln(\ )$		$\Leftrightarrow e^{-3x}=\frac{1}{2} \mid \ln(\ )$
		$\Leftrightarrow \ln\left(e^{2x}\right)=\ln\left(2e^{x}\right)$		$\Leftrightarrow \ln\left(e^{-3x}\right)=\ln\left(\frac{1}{2}\right)$
		$\Leftrightarrow 2x=\ln(2)+\ln\left(e^{x}\right)$		$\Leftrightarrow -3x=\ln(1)-\ln(2) \mid :(-3)$
		$\Leftrightarrow 2x=\ln(2)+x \mid -x$		$\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}\ln(2)$
		$\Leftrightarrow x=\ln(2)$		

A5	Ausführliche Lösungen			
	c)	$\frac{5x}{e^{2x}+1}=0 \mid \cdot\left(e^{2x}+1\right)$	d)	$e^{x}\left(e^{x}-3\right)=0$ mit $e^{x}\neq 0$
		$\Leftrightarrow 5x=0$		$\Rightarrow e^{x}-3=0 \mid +3$
		$\Leftrightarrow x=0$		$\Leftrightarrow e^{x}=3 \mid \ln(\ ) \Leftrightarrow x=\ln(3)$

A6	Ausführliche Lösungen			
	a)	$(x-3)e^{x}-e^{x}=0$	b)	$e^{x+1}-3=0 \mid +3$
		$\Leftrightarrow \left[(x-3)-1\right]e^{x}=0$		$\Leftrightarrow e^{x+1}=3 \mid \ln(\ )$
		mit $e^{x}\neq 0$		$\Leftrightarrow \ln\left(e^{x+1}\right)=\ln(3)$
		$\Rightarrow x-4=0 \mid +4$		$\Leftrightarrow x+1=\ln(3) \mid -1$
		$\Leftrightarrow x=4$		$\Leftrightarrow x=\ln(3)-1$

A6	Ausführliche Lösungen			
	c)	$e^{\frac{1}{2}x}-\frac{3}{2}=0 \mid +\frac{3}{2}$	d)	$(3+5x)e^{3-4x}=0$
		$\Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x}=\frac{3}{2} \mid \ln(\ )$		$e^{3-4x}\neq 0$
		$\Leftrightarrow \ln\left(e^{\frac{1}{2}x}\right)=\ln\left(\frac{3}{2}\right)$		$\Rightarrow 3+5x=0 \mid -3$
		$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x=\ln\left(\frac{3}{2}\right) \mid \cdot 2 \Leftrightarrow x=2\cdot\ln\left(\frac{3}{2}\right)$		$\Leftrightarrow 5x=-3 \mid :5$
				$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{5}$

A7 Ausführliche Lösung

a)

$$\frac{1}{3}e^{-2x}-\frac{10}{3}e^{-x}+3=0\,|\cdot 3e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 1-10e^{x}+9e^{2x}=0\,|:9$$

$$\Leftrightarrow e^{2x}-\frac{10}{9}e^{x}+\frac{1}{9}=0$$

Substitution: $e^{x}=u\Leftrightarrow e^{2x}=u^{2}$

$$\Leftrightarrow u^{2}-\frac{10}{9}u+\frac{1}{9}=0$$

$$\Rightarrow p=-\frac{10}{9};\, q=\frac{1}{9}$$

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^{2}-q=\left(-\frac{5}{9}\right)^{2}-\frac{1}{9}$$

$$=\frac{25}{81}-\frac{9}{81}=\frac{16}{81}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{16}{81}}=\frac{4}{9}$$

$$u_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad \Bigg|\quad u_1=\frac{5}{9}+\frac{4}{9}=1,\quad u_2=\frac{5}{9}-\frac{4}{9}=\frac{1}{9}$$

$$u_1=1\Leftrightarrow e^{x_1}=1\,|\ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(e^{x_1}\right)=\ln(1)\Leftrightarrow x_1=0$$

$$u_2=\frac{1}{9}\Leftrightarrow e^{x_2}=\frac{1}{9}\,|\ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(e^{x_2}\right)=\ln\left(\frac{1}{9}\right)\Leftrightarrow x_2=-\ln(9)$$

A7 Ausführliche Lösung

b)

$$8-6e^{-\frac{1}{4}x}-2e^{\frac{1}{4}x}=0\,|\cdot e^{\frac{1}{4}x}$$

$$\Leftrightarrow 8e^{\frac{1}{4}x}-6-2e^{2\cdot\frac{1}{4}x}=0\,|:(-2)$$

$$\Leftrightarrow e^{2\cdot\frac{1}{4}x}-4e^{\frac{1}{4}x}+3=0$$

Substitution: $e^{\frac{1}{4}x}=u\Leftrightarrow e^{2\cdot\frac{1}{4}x}=u^{2}$

$$\Leftrightarrow u^{2}-4u+3=0$$

$$\Rightarrow p=-4;\, q=3$$

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^{2}-q=(-2)^{2}-3$$

$$=4-3=1$$

$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{1}=1$$

$$u_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad \Bigg|\quad u_1=2+1=3,\quad u_2=2-1=1$$

$$u_1=3\Leftrightarrow e^{\frac{1}{4}x_1}=3\,|\ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x_1=\ln(3)\Leftrightarrow x_1=4\ln(3)$$

$$u_2=1\Leftrightarrow e^{\frac{1}{4}\cdot x_2}=1\,|\ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x_2=\ln(1)\Leftrightarrow x_2=0$$

A7 Ausführliche Lösung

c)

$$\frac{1}{4}e^{x}-4e^{-x}-\frac{3}{2}=0\,|\cdot 4e^{x}$$

$$\Leftrightarrow e^{2x}-16-6e^{x}=0$$

Substitution: $e^{x}=u\Leftrightarrow e^{2\cdot x}=u^{2}$

$$\Leftrightarrow u^{2}-6u-16=0$$

$$\Rightarrow p=-6;\, q=-16$$

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^{2}-q=(-3)^{2}+16$$

$$=9+16=25$$

$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{25}=5$$

$$u_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad \Bigg|\quad u_1=3+5=8,\quad u_2=3-5=-2$$

$$u_1=8\Leftrightarrow e^{x}=8\,|\ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(e^{x}\right)=\ln(8)\Leftrightarrow x=\ln(8)$$

$u_2=-2\Leftrightarrow e^{x}=-2$ keine Lösung

A7 Ausführliche Lösung

d)

$$e^{x}+e^{-x}-\frac{5}{2}=0\,|\cdot e^{x}$$

$$\Leftrightarrow e^{2x}+1-\frac{5}{2}e^{x}=0$$

Substitution: $e^{x}=u\Leftrightarrow e^{2\cdot x}=u^{2}$

$$\Leftrightarrow u^{2}-\frac{5}{2}u+1=0$$

$$\Rightarrow p=-\frac{5}{2};\ q=1$$

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^{2}-q=\left(-\frac{5}{4}\right)^{2}-1=\frac{25}{16}-\frac{16}{16}=\frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$$

$$u_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l}u_{1}=\frac{5}{4}+\frac{3}{4}=2\\ u_{2}=\frac{5}{4}-\frac{3}{4}=\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

$$u_{1}=2\Leftrightarrow e^{x_{1}}=2\,|\ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(e^{x_{1}}\right)=\ln(2)\Leftrightarrow x_{1}=\ln(2)$$

$$u_{2}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow e^{x_{2}}=\frac{1}{2}\,|\ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(e^{x_{2}}\right)=\ln\left(\frac{1}{2}\right)\Leftrightarrow x_{2}=-\ln(2)$$

A7 Ausführliche Lösung

e)

$$-3e^{-2x}+20-4e^{-x}=0\,|\cdot e^{2\cdot x}$$

$$\Leftrightarrow -3+20e^{2x}-4e^{x}=0\,|:20$$

$$\Leftrightarrow e^{2x}-\frac{1}{5}e^{x}-\frac{3}{20}=0$$

Substitution: $e^{x}=u\Leftrightarrow e^{2\cdot x}=u^{2}$

$$\Leftrightarrow u^{2}-\frac{1}{5}u-\frac{3}{20}=0$$

$$\Rightarrow p=-\frac{1}{5};\ q=-\frac{3}{20}$$

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^{2}-q=\left(-\frac{1}{10}\right)^{2}+\frac{3}{20}=\frac{1}{100}+\frac{15}{100}=\frac{16}{100}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{16}{100}}=\frac{4}{10}$$

$$u_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l}u_{1}=\frac{1}{10}+\frac{4}{10}=\frac{1}{2}\\ u_{2}=\frac{1}{10}-\frac{4}{10}=-\frac{3}{10}\end{array}\right.$$

$$u_{1}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow e^{x}=\frac{1}{2}\,|\ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(e^{x}\right)=\ln\left(\frac{1}{2}\right)\Leftrightarrow x=-\ln(2)$$

$$u_{2}=-\frac{3}{2}\Leftrightarrow e^{x}=-\frac{3}{10}$$ keine Lösung

A7 Ausführliche Lösung

f)

$$\frac{3}{2}e^{2x}-\frac{15}{2}e^{x}+\frac{27}{8}=0\,|\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{2x}-5e^{x}+\frac{9}{4}=0$$

Substitution: $e^{x}=u\Leftrightarrow e^{2\cdot x}=u^{2}$

$$\Leftrightarrow u^{2}-5u+\frac{9}{4}=0$$

$$\Rightarrow p=-5\,;\,q=\frac{9}{4}$$

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^{2}-q=\left(-\frac{5}{2}\right)^{2}-\frac{9}{4}$$

$$=\frac{25}{4}-\frac{9}{4}=\frac{16}{4}$$

$$\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{16}{4}}=\frac{4}{2}=2$$

$$u_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\qquad u_1=\frac{5}{2}+\frac{4}{2}=\frac{9}{2}\qquad u_2=\frac{5}{2}-\frac{4}{2}=\frac{1}{2}$$

$$u_1=\frac{9}{2}\Leftrightarrow e^{x_1}=\frac{9}{2}\,|\ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow\ln\left(e^{x_1}\right)=\ln\left(\frac{9}{2}\right)\Leftrightarrow x_1=\ln\left(\frac{9}{2}\right)$$

$$u_2=\frac{1}{2}\Leftrightarrow e^{x_2}=\frac{1}{2}\,|\ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow\ln\left(e^{x_2}\right)=\ln\left(\frac{1}{2}\right)\Leftrightarrow x_2=-\ln(2)$$

A8 Ausführliche Lösungen

a)

$$2e^{-x}-3e^{x}=0\,|\cdot e^{x}$$

$$\Leftrightarrow 2-3e^{2x}=0\,|-2$$

$$\Leftrightarrow -3e^{2x}=-2\,|:(-3)$$

$$\Leftrightarrow e^{2x}=\frac{2}{3}\,|\ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow\ln\left(e^{2x}\right)=\ln\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2x=\ln\left(\frac{2}{3}\right)|:2$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{2}{3}\right)$$

b)

$$\left(e^{2x+1}-1\right)(e+1)=0$$

wegen $e+1\neq 0$

$$\Rightarrow e^{2x+1}-1=0\,|+1$$

$$\Leftrightarrow e^{2x+1}=1\,|\ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow\ln\left(e^{2x+1}\right)=\ln(1)$$

$$\Leftrightarrow 2x+1=0\,|-1$$

$$\Leftrightarrow 2x=-1\,|:2$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$$

A8 Ausführliche Lösungen

c)

$$4e^{x}+2x\cdot e^{x}=0$$

e^{x} ausklammern

$$\Rightarrow(4+2x)e^{x}=0$$

wegen $e^{x}\neq 0$

$$\Rightarrow 4+2x=0\,|-4$$

$$\Leftrightarrow 2x=-4\,|:2$$

$$\Leftrightarrow x=-2$$

d)

$$\left(e^{x+1}-2\right)\left(e^{2x}-4\right)=0 \text{ Nullprodukt}$$

$$\Rightarrow e^{x+1}-2=0\,|+2$$

$$\Leftrightarrow e^{x+1}=2\,|\ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow x+1=\ln(2)\,|-1\Leftrightarrow x_1=\ln(2)-1$$

$$e^{2x}-4=0\,|+4$$

$$\Leftrightarrow e^{2x}=4\,|\ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow 2x=\ln(4)\,|:2\Leftrightarrow x_2=\frac{1}{2}\ln(4)$$